С.Є. Яценко, Л.В. Грамбовська
НПУ імені М.П.Драгоманова

Пошуково-дослідницька діяльність учнів на уроках планіметрії із застосуванням педагогічного програмного засобу Gran 2D

У нових соціально-економічних умовах актуальною для національної школи стає проблема розвитку і саморозвитку активної самобутньої особистості, здатної оцінювати можливості, приймати відповідальні рішення, ставити мету, робити вибір, прогнозувати кінцевий результат роботи тощо. Це вимагає „підвищеної уваги до навчального змісту і методик, що формують цінності культури, уміння самостійно вчитися, критично мислити, користуватися комп’ютером, здатність до самопізнання і самореалізації особистості у різних видах творчої діяльності, вміння і навички, необхідні для життєвого і професійного вибору” [5; 13]. Тому одним з пріоритетних напрямків модернізації сучасної національної освіти є активне впровадження в шкільну практику особистісно орієнтованої технології навчання.

В [7] підкреслюється, що навчання математики „має широкі можливості щодо інтелектуального розвитку і формуючого впливу на особистість учнів і вчителя”. Пізнавальна ж активність виступає у якості умови формування особистості, вона є основою будь-якої діяльності людини і забезпечує її ефективність.

Знання особистості формуються виключно через власну діяльність стосовно опрацювання різноманітних відомостей. Школа при цьому повинна стати своєрідною дослідницькою лабораторією, в яку учень приходить для того, щоб отримувати нові знання через власні „відкриття”. Пошуково-дослідницька діяльність – це такий вид навчально-пізнавальної діяльності, який допомагає підлітку „відкривати” закономірності, при цьому учень буде брати участь не тільки у „відкритті” певних властивостей і закономірностей, а й познайомиться з „технологією відкриття”, технологією експериментування, а отже, і з технологією „життя”.

Крім того, швидке старіння відомостей, інтеграція різних галузей науки і суспільства потребує від людини вміння переробляти великі обсяги відомостей і застосовувати його в нових умовах. Тому освоєння певних предметних знань, наприклад з геометрії, повинно поєднуватися з навчанням способів і засобів пошуку знань загалом. Таким чином, стають актуальними загальні підходи до навчання і учіння, які можна застосувати у реальному житті.

В умовах особистісно орієнтованого навчання геометрії основної школи застосування інформаційно-комунікаційних технологій (наприклад, педагогічного програмного засобу Gran 2D) є потужним і водночас зручним інструментом проведення експериментів з математичними моделями – основою дослідницького підходу. З іншого боку, застосування таких технологій забезпечує появу нових якостей усвідомленості, розширення діапазону особистісної активності учня за рахунок принципово нових, недосяжних без використання комп’ютера властивостей навчально-пізнавальної педагогічної ситуації.

Теоретичні основи особистісно орієнтованого навчання розроблялися з позицій філософії, педагогіки і психології науковцями: О.В.Бондаревська, І.Д.Бех, І.О.Зімня, А.А.Плігін, І.С.Подмазін, В.В.Рибалка, В.В.Сєріков, Г.К.Сєлєвко, А.В.Хуторской, І.С.Якіманська та інш.

Окремі аспекти особистісно орієнтованої методики навчання математики висвітлюються в роботах Т.І.Бондаренко, В.О.Гусєва, В.В.Орлова, Л.Г.Петерсон, Н.С.Подходової, М.О.Холодної та інших.

Проблемами впровадження інформаційно-комунікативних технологій у навчальний процес займаються М.І.Жалдак, Ю.В.Горошко, В.А.Далінгер, Н.В.Морзе, А.В.Пеньков С.А.Раков, Ю.С.Рамський, Ю.В. Триус, Г.Ю.Цибко та інші. Більшість з них розкриває потенціал можливостей використання даних технологій у шкільній практиці.

Сутність дослідницького методу розроблялася О.І.Барановою, Г.В.Денисовою, М.Д.Касьяненко, І.Я.Лернером, Г.Б.Лудіною, Г.К.Муравіним, С.А.Раковим, П.І.Совертковим, Г.В.Токмазовим, В.В.Успенським та іншими. Ними розглядаються різні аспекти дослідницької діяльності учнів, застосування цього виду навчальної діяльності у шкільній практиці.

Проте організації пошуково-дослідницькою діяльності учнів на уроках планіметрії з використанням інформаціно-комунікативних технологій в умовах особистісно орієнтованого навчання достатньої уваги не приділялося.

В даній *статті розглядається організація пошуково-дослідницької діяльності з використанням інформаційно-комунікаційних технологій в умовах особистісно орієнтованого навчання планіметрії.*

Покажемо, можна навчати учнів пошуково-дослідницької діяльності із застосуванням педагогічного програмного засобу Gran 2D на матеріалі планіметрії восьмого класу в умовах особистісно орієнтованого навчання. При цьому ставиться задача розвитку не тільки дослідницьких вмінь, а й розвитку гіпотетико-дедуктивного і просторового мислення на матеріалі планіметрії, загальних геометричних вмінь, пізнавальної самостійності, мотиваційної сфери підлітка.

Пошуково-дослідницьку діяльність при вивченні геометрії в основній школі ми розглядаємо як один з видів навчально-пізнавальної діяльності учнів, що спрямована на самостійне набуття суб’єктивно нових математичних знань на основі аналізу наявних даних, висування гіпотез і їх обґрунтування.

Під ***дослідницькими вміннями*** ми розуміємо вміння прогнозувати кінцевий результат роботи, знаходити приховані властивості предметів або об’єктивні закономірності, досліджувати їх, на цій підставі висувати гіпотези, шукати шляхи їх обґрунтування. При цьому програмний засіб Gran 2D може буде використаний на уроках планіметрії, присвячених розв’язуванню задач, як засіб формування в учнів дослідницьких навичок.

Серед ***загальних геометричних вмінь*** виділимо (за М.І.Бурдою): вміння створювати геометричні образи і оперувати ними; графічні уміння; уміння оперувати геометричними твердженнями [2; 80].

Особливо важливим є уміння узагальнювати, яке визначено М.І.Бурдою як основне геометричне умінням і віднесено автором до загально пізнавальних вмінь.

Розв’язуючи задачу, чи доводячи теорему, як правило, мають справу з двома компонентами: умовою і графічною основою [2; 86]. У традиційному навчанні зазвичай ***графічна опора*** розглядається як своєрідна образ-схема, яка допомагає виділити найбільш абстрактні (понятійні) властивості об’єкта, що вивчається. Крім того, вчитель, надаючи учням певну стандартизовану (кожного разу майже однакову) графічну основу, тим самим підкреслює саме узагальненість таких властивостей. При цьому дуже рідко увага учнів акцентується на тому, що дана властивість притаманна не тільки окремому ізольованому об’єкту, а цілому класу об’єктів, що пов’язані спільними геометричними конструктивно-технічними особливостями.

І.С. Якіманська особливо підкреслює, що графічне зображення об’єкта, яке використовується в геометрії, є не просто допоміжним ілюстративним засобом, що полегшує засвоєння знань, а є самостійним джерелом отримання нових знань [10; 8].

Для того, щоб виявляти такі джерела, доцільно впроваджувати інформаційно-комунікаційні технології, зокрема, педагогічний програмний засобом Gran 2D. Створений за допомогою такого програмного засобу образ буде мати динамічний характер, при цьому структура самого об’єкту змінюватися не буде. Проте, в залежності від того, якого виду набуває цей об’єкт, виявляються, змінюються і ті властивості, які притаманні не тільки даному об’єкту, але й цілому класу однорідних за структурою об’єктів.

Покажемо, як на матеріалі геометрії восьмого класу, застосовуючи інформаційно-комунікаційні технології, можна організувати пошуково-дослідницьку діяльність учнів в умовах особистісно орієнтованого навчання. Візьмемо, наприклад, таку задачу на доведення.

Задача. *Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута паралелограма разом з його сторонами (або їх продовженнями), що не проходять через вершину цього кута, утворюють рівнобедрений трикутник, сума бічних сторін якого дорівнює периметру паралелограма [8; 18].*

Мотивування діяльності стосовно доведення тверджень залишається непростою методичною задачею. Одним із шляхів її розв’язання є видозмінення задачі. Умову задачі можна переформулювати і тим самим створити таку навчально-пізнавальну ситуацію, коли учні самі висувають гіпотези і як наслідок, виявляють бажання їх досліджувати – доводити або спростовувати.

Повернемося до задачі. Замість її умови вчитель пропонує учням з***’ясувати, яку фігуру можна отримати, якщо виконати побудову за таким кроками:***

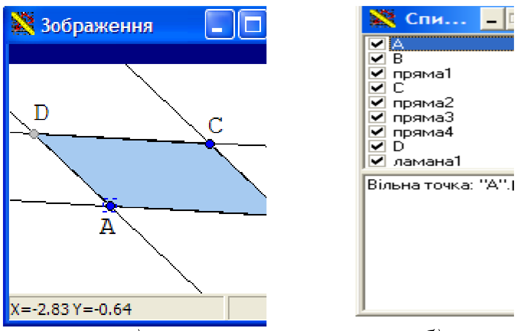
1. *побудувати довільний паралелограм* $ABCD$*;*
2. *провести бісектрису зовнішнього кута* B *паралелограма* $ABCD$*;*
3. *знайти точки перетину бісектриси з продовженнями сторін* CD *і* DA *паралелограма.*

Перш ніж здійснити побудову, вчитель пропонує учням спробувати ***спрогнозувати***, яку фігуру можна в результаті отримати, а потім з’ясувати, здійсниться прогноз чи ні.

Використовуючи означення паралелограма, вчитель пропонує кожному учневі самостійно побудувати паралелограм, використовуючи педагогічний програмний засіб Gran 2D за таким ***алгоритмом***:

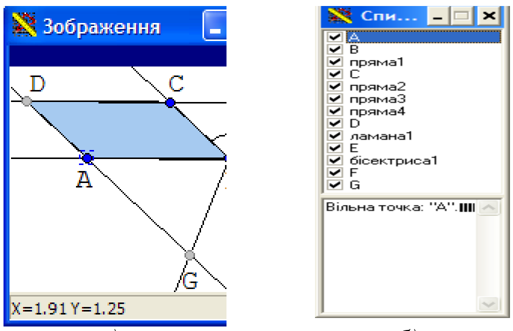
1. будуємо довільну пряму AB;
2. вибираємо довільну точку $C \notin AB$, через яку проводимо пряму $a \parallel AB$;
3. проводимо пряму CB;
4. через точку A проводимо пряму b , паралельну прямій CB;
5. на перетині прямих a і b ставимо точку D; фігура $ABCD$ – шуканий паралелограм (*рис. 1, а*).

Учні працюють індивідуально-фронтально, обговорюючи, якщо є потреба, алгоритм побудови. При цьому вчитель не дає на дошці конкретного зображення паралелограма, тому кожний з школярів зображає його так, як це є більш зручним і зрозумілим для нього. Звіряючи список побудованих об’єктів з еталонним, (його пропонує вчитель (*рис. 1, б)*), кожен учень може проконтролювати правильність власних побудов та в разі потреби їх скоригувати.



а) *б)*

Рис. 1



а) *б)*

Рис. 2

Під час такої роботи підкреслюється, що дана побудова базується на паралельності протилежних сторін. Якщо побудовану фігуру почати рухати („взявши” курсором, наприклад, вільну точку C), то все одно властивість паралельності зберігається, і, отже, побудована фігура є паралелограмом. Доцільно у даному випадку обговорити з учнями переваги побудови та маніпулювання з геометричною моделлю у середовищі Gran 2D, так як створений за допомогою такого програмного засобу образ буде мати динамічний характер, при цьому структура самого об’єкту змінюватися не буде.

Для побудови бісектриси зовнішнього кута, учні виконують такі кроки:

1. вибираємо на прямій AB довільну точку E ;
2. проводимо бісектрису BF зовнішнього кута CBE (*рис. 2,а*);
3. на перетині продовження сторони DC і бісектриси BF ставимо точку F , а на перетині продовження сторони AD і бісектриси BF ставимо точку G (*рис. 2, а*).

Знову правильність своїх дій учні контролюють за допомогою списку об’єктів, звіряючи його з еталонним (*рис. 2, б*).

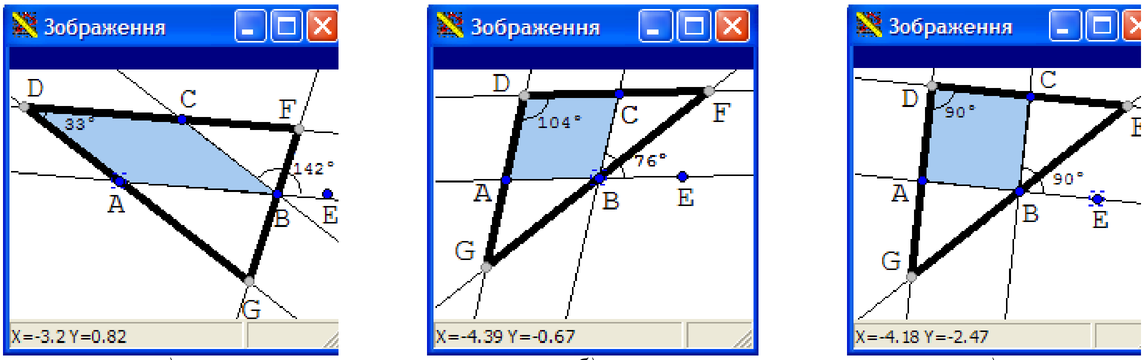
Вчитель пропонує учням з’ясувати, чи здійснився попередній прогноз щодо побудованої фігури? Тобто знову піднімається вихідна проблема, *яку фігуру ми отримали в результаті виконаної побудови?* Зрозуміло, що такою фігурою є ΔGDF .

Так як початково на дошці вчитель не задавав графічну опору певного виду, то учні отримують зображення різних трикутників. У зв’язку з цим їм пропонується зробити припущення щодо виду побудованого трикутника. Учні можуть висунути різні гіпотези, а саме: отриманий трикутник гострокутний, або тупокутний, у когось він схожий на рівносторонній тощо.

Учні з’ясовують, що для визначення виду трикутника досить виміряти кут при вершині D ΔGDF **.** Далі учні самостійно спроможні намітити наступний крок.

Використовуючи педагогічний програмний засіб Gran 2, виміряти зовнішній кут паралелограма $ABCD$***, і у залежності від його величини дослідити вид трикутника*** ΔGDF***.*** Для цього необхідно, змінюючи положення, наприклад, вільної точки C , змінювати величину зовнішнього кута CBE паралелограма $ABCD$.

Працюючи з динамічним образом ΔGDF, учні приходять до висновку, що, якщо зовнішній кут паралелограма тупий, то ΔGDF – гострокутний (*рис. 3, а*); якщо зовнішній кут гострий, то шуканий ΔGDF тупокутний (*рис. 3, б*), якщо зовнішній кут паралелограма прямий, то ΔGDF – прямокутний (*рис. 3, в*).



а) *б)* *в)*

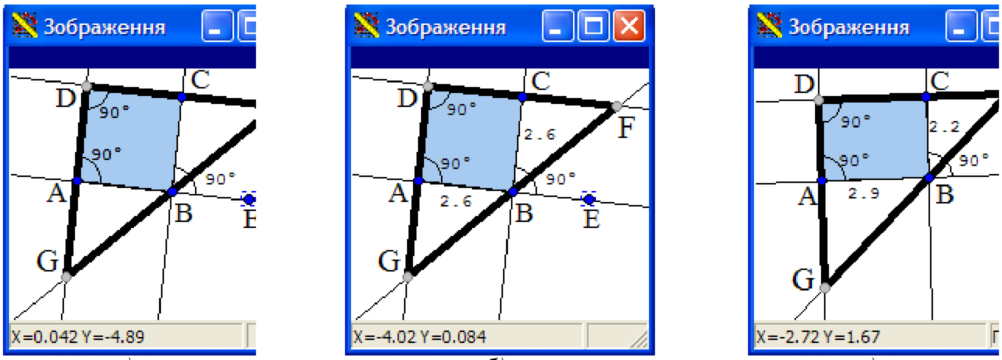
Рис. 3

Вчитель пропонує більш детально розглянути той рисунок, де ΔGDF виявився прямокутним, (рис. *3, в*) і звертає увагу на зображення паралелограма.

Так як вчитель не пропонував певної для всіх однакової графічної опори на дошці, то рисунки прямокутних трикутників у різних учнів вийшли різні, тому діти можуть висунути різні гіпотези щодо паралелограма $ABCD$. А саме, що паралелограм $ABCD$ може бути або квадратом, або прямокутником.

Доцільно у цій ситуації поставити таке запитання: *Яку мінімальну кількість кутів і сторін нам достатньо виміряти, щоб стверджувати, що побудовано прямокутник або квадрат?* Так як за побудовою $ABCD$ – паралелограм, у якого протилежні сторони і кути рівні, тому достатньо виміряти тільки два кути при суміжних вершинах та дві прилеглі до однієї вершини сторони. Це вимірювання здійснюється за допомогою педагогічного програмного засобу Gran 2D: спочатку величини кутів (*рис. 4, а*), а потім і сторін, прилеглих до вершини B (*рис. 4, б*).

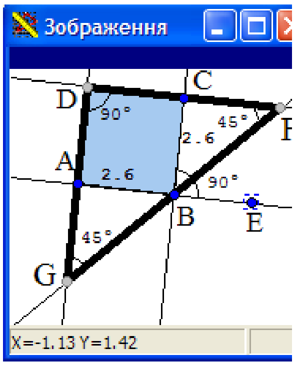
Також варто поставити такі запитання: *Для того, щоб* ΔGDF *був прямокутним, чи обов’язково, щоб паралелограм* $ABCD$ *виявився квадратом?* Для того, щоб упевнитися у можливості двох випадків, кожен учень досліджує паралелограм $ABCD$, рухаючи, наприклад вільну точку C і залишаючи при цьому кут $D = 90^0$. Результатом такого дослідження може бути, наприклад, квадрат, як на *рис. 4, б*, або прямокутник, як показано на *рис. 4, в*.



а) *б)* *в)*

Рис. 4

Далі вчитель пропонує учням розглянути таку задачу. *Які ще дані про трикутник GDF ми можемо отримати, використовуючи можливості педагогічного програмного засобу Gran 2D?* Учні пропонують виміряти кути при основі трикутника (*рис. 5*) або довжини всіх сторін (*рис 6, а*).



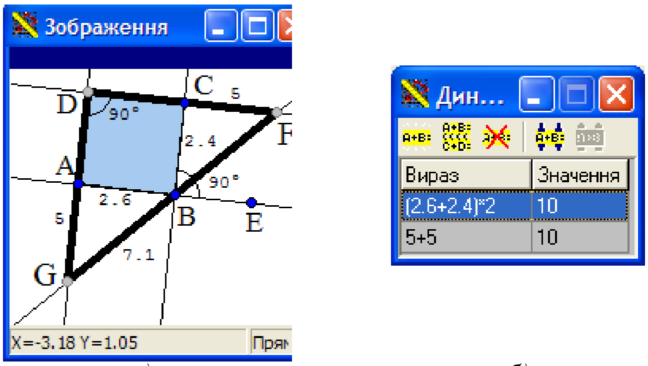


Рис. 5 *а)* *Рис. 6* *б)*

Виходячи з рисунків *5 і 6, а*, школярі можуть зробити припущення, що прямокутний ΔGDF – рівнобедрений і далі самостійно висунути гіпотезу: ΔGDF може бути рівнобедреним і у випадку, якщо кут D тупий, або гострий. Для того, щоб у цьому упевнитися учні також вимірюють величини кутів або довжини сторін тупокутного (*рис. 7, а*) і гострокутного (*рис. 8, а*) трикутників.

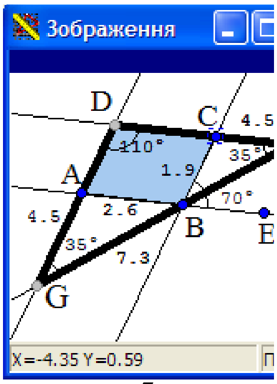


рис. 7, а

рис. 7, б

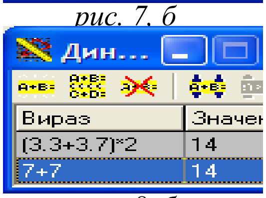


рис. 8, б

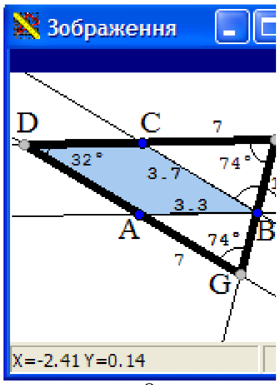
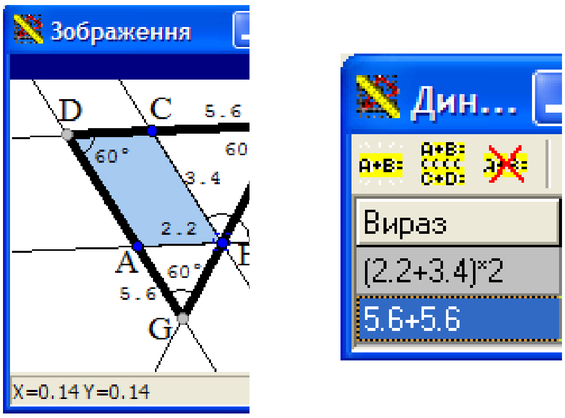


рис. 8, а

Аналізуючи зображення на рис. 6, а; 7, а; 8, учні самостійно висувають гіпотезу: **всі розглянуті трикутники рівнобедрені.**



а) *б)*

Рис. 9

Яке ще припущення можна зробити щодо трикутника GDF? Чи може цей трикутник бути рівностороннім? Учні з'ясовують, що якщо зовнішній кут паралелограма 120^0, то ΔGDF – рівносторонній (*рис. 9, а*).

З огляду на проведене дослідження, вчитель пропонує відповісти на запитання: *Яку спільну властивість мають всі трикутники, що були побудовані впродовж дослідження?* Всі ці трикутники – рівнобедрені. *Які частинні випадки можуть виникнути і від чого це залежить?* Частинними випадками можуть бути прямокутний і рівносторонній трикутники, якщо зовнішній кут паралелограма $ABCD$ відповідно дорівнює 90^0 або 120^0. Також прямокутний трикутник може бути, якщо в умові задачі дано частинний випадок паралелограма – прямокутник або квадрат.

Вчитель пропонує учням самостійно сформулювати гіпотези (твердження) з урахуванням побудови, щоб отримати: а) загальний випадок; б) частинний випадок, коли одержаний трикутник – прямокутний; в) частинний випадок, коли одержаний трикутник рівносторонній.

1. Якщо у паралелограмі провести бісектрису зовнішнього кута і продовжити її до перетину із продовженнями сторін, що не містять вершину бісектриси, то отриманий трикутник рівнобедрений (1). Учні тим самим узагальнюють суттєві властивості побудованих трикутників.

2. Якщо провести бісектрису зовнішнього кута прямокутника і продовжити її до перетину з продовженнями сторін цього прямокутника, то отримаємо рівнобічний прямокутний трикутник (2).

3. Якщо провести бісектрису зовнішнього кута паралелограма, що має внутрішній кут величиною 120^0 і продовжити її до перетину з продовженнями сторін цього паралелограму, то отримаємо рівносторонній трикутник (3).

Твердження (2) та (3) дають змогу варіювати умову задачі у межах заданих вимог.

Вчитель знову ставить проблему перед учнями. ***Використовуючи педагогічний програмний засіб Gran 2D, порівняти периметр паралелограма $ABCD$ і суму бічних сторін трикутника GDF,*** *для чого скористатися вікном „Динамічні вирази"*. Учні роблять відповідні обчислення, наприклад, як на *рис. 6, б*. Порівнюючи динамічні вирази для прямокутного (*рис. 6, б*), тупокутного (*рис. 7, б*), гострокутного (*рис. 8, б*) і рівностороннього (*рис. 9, б*) трикутників учні висувають гіпотезу, що ці величини рівні.

Отже, твердження (1) можна уточнити таким чином: ***Якщо у паралелограмі провести бісектрису зовнішнього кута і продовжити її до перетину із продовженнями сторін, що не містять вершину бісектриси, то отримаємо трикутник рівнобедрений, і сума його бічних сторін дорівнює периметру паралелограма (4).***

Таким же чином можна уточнити і гіпотези (2) та (3).

Отже, дане дослідження показало, що існують приховані реально існуючі властивості об'єктів, які можна „побачити", якщо, наприклад, застосовувати новітні інформаційно-комунікаційні технології. Після виявлення таких властивостей можна сформулювати певну гіпотезу. Постає питання, чи треба доводити таке твердження, наприклад, (4)? Учні приходять до висновку, що оскільки при побудові у зошиті не завжди є можливості досліджувати приховані властивості об'єктів, проводити точні вимірювання, то те, що, наприклад, отриманий трикутник є рівнобедреним і таким, що сума його бічних сторін дорівнює периметру паралелограма, не є очевидним фактом. Отже, необхідно доводити сформульовану гіпотезу.

Далі вчитель пропонує учням в залежності від вподобань довести гіпотезу (4) або уточнені гіпотези (2) чи (3), використовуючи той рисунок, який учні вважають більш наочним і зручним. Учні самостійно починають виконувати роботу в зошиті. Вчитель надає диференційовану дозовану допомогу тим, хто відчуває утруднення.

Зокрема, можна знову переформулювати умову задачі:

Якщо треба ***довести***, що

а) трикутник GDF – рівнобічний;

б) $P_{ABCD} = GD + DF$, та

Дано:

1) паралелограм $ABCD$;
2) бісектриса зовнішнього кута B паралелограма $ABCD$;
3) $DF \cap GF = F$ та $DG \cap GF = G$, то

необхідно *для* ***пункту а:***

1) розглянути прямі $DC \parallel AB$ та січну GF і кути, що вони утворюють;
2) розглянути прямі $DA \parallel CB$ та січну GF і кути, що вони утворюють;
3) довести рівність кутів DGB та DFB;

для ***пункту б:***

1) розглянути ΔBCF і довести, що він рівнобедрений;
2) розглянути ΔAGB і довести, що він рівнобедрений;
3) скористатися властивостями паралелограма;
4) довести рівність, $P_{ABCD} = GD + DF$.

У підсумку вчитель підкреслює, що при розв'язуванні задачі на доведення ми провели дослідження, використавши педагогічний програмний засіб Gran 2D. У порівнянні з традиційною побудовою графічного зображення до задачі це дало такі переваги. Використання програмного засібу Gran 2D:

1. Сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів.
2. Надає можливість експериментувати, досліджувати об'єкт в новому ракурсі, відшукувати

приховані властивості об’єкту, які майже неможливо побачити при традиційному зображенні їх на папері.

3. Програма Gran 2D може бути використана для пошуку закономірностей, на підставі яких висуваються ґрунтовні гіпотези щодо цілого класу об’єктів, пов’язаних спільними геометричними конструктивно-технічними особливостями.
4. Наштовхує на думку, що графічне зображення об’єкту може відображати як загальний, так і частинний випадки, і тому не можна посилатися на рисунок як на очевидний факт без доведення.
5. Надає можливість побачити динамічні властивості образу об’єкта.
6. Сприяє розвитку просторової уяви.

В процесі розв’язування такої математичної задачі в учнів формувались уміння досліджувати об’єкт та його властивості в ситуації невизначеності, висувати гіпотези, обґрунтовувати необхідність доведення цих припущень, доводити гіпотези. *Чи потрібні такі вміння людині у повсякденному житті?* Безперечно ними має володіти сучасна людина

Отже, з огляду на розглянуті у статті проблеми, можна зробити такі висновки;

1. У нових соціально-економічних умовах для національної школи актуальною стає проблема розвитку і саморозвитку активної самобутньої особистості, здатної оцінювати можливості, приймати відповідальні рішення, ставити мету, робити вибір, прогнозувати кінцевий результат роботи тощо. Тому сьогодні для школи актуальним є формування в учнів умінь дослідницької діяльності, користування інформаційно-комунікаційними технологіями. Такі впровадження у навчальний процес роблять його особистісно значущим для кожної конкретної дитини.
2. Використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі дозволяє розвивати мотиваційну сферу дитини, а саме, пізнавальну мотивацію: зокрема, широкі соціальні мотиви (учні взаємодіють як з вчителем, так і один з одним). Крім того, застосування педагогічних програмних засобів на уроках геометрії дозволяє зробити навчальний процес діалогічним, тобто є комфортним, індивідуалізованим і емоційно насиченим для дитини.
3. Впровадження пошуково-дослідницької діяльності учнів в навчальний процес робить його особистісно орієнтованим, таким, що розвиває пізнавальну самостійність, дає простір для проявів самодіяльності учнів, надає їм можливості набувати знань і вмінь, які будуть потрібні протягом всього життя.
4. Застосування дослідницької діяльності разом з комп’ютерною підтримкою дозволяє розв’язувати і суто методичні питання навчання геометрії в основній школі, а саме: навчати учнів узагальнювати; створювати та оперувати геометричними образами; навчати графічних умінь; формувати уміння оперувати геометричними твердженнями; особливий акцент можна зробити на розвитку просторового і гіпотетико-дедуктивного мислення на планіметричному матеріалі; уміння переформульовувати умову задачі, а також розв’язувати багато інших питань методики навчання математики.
5. Особливе значення для ***особистісно орієнтованого*** навчання геометрії основної школи має *організація* вчителем такого процесу на уроці, тобто створення таких навчально-пізнавальних педагогічних ситуацій, коли врахована *варіативність* (учень має право вибору задачі для розв’язування, графічної опори для унаочнення); *диференційованість* (вчитель надає можливість кожному учневі самостійно проводити дослідження і доведення, допомагаючи тільки тим, хто потребує такої допомоги); *діалогічність* (вчитель - партнер і порадник дитини, вміло керує і спрямовує роботу учнів, при цьому не обмежує їх уяву і самостійність як у роботі, так і у прийнятті рішень); *психологічна комфортність* (учень має право на власну думку, у тому числі і хибну, право вибору власного темпу навчання, право вибору рівня складності завдання, право вибору зручної наочної опори).

ЛІТЕРАТУРА

1. Баранова Е.В. Методические основы использования учебных исследований при обучении геометрии в основной школе: Дис….канд. пед. наук (13.00.02). – Саранск, 1999. – 163 с.
2. Бурда М.І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: Дис... докт. пед. наук (13.00.02), 1994. –Київ, 319 с.
3. Егуменова Н.Н. Видоизменение задач как средство развития познавательного интереса учащихся основной школы: Дис. …канд. пед. наук (13.00.02), 2003. – Орел. – 150 с.
4. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп’ютер на уроках геометрії. –К.: РНЦ „ДІНІТ”, 2004. – 161с.
5. Концепція 12-річної загальної середньої освіти // Інформаційний збірник міністерства освіти України. – К.: Педагогічна преса. – 2000. – № 21. – С. 10-31.
6. Раков С. Вивчення геометрії на основі дослідницького підходу з використанням пакету динамічної геометрії DG (основні властивості найпростіших фігур) // Математика в школі, 2005. – № 7. – С. 2-8.
7. Слєпкань З.І. Проблеми особистісно орієнтованої математичної освіти учнів середньої школи // Математика в школі, 2003. – № 3. – С. 3 – 4.
8. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геомерия. Нестандартные и исследовательские задачи: Учеб. пособие для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2004. – 148 с.
9. Совертков П.И. Проектирование поисково-исследовательской деятельности учащихся и студентов по математике и информатике. Монография. – Сургут: Изд-во РИО СурГПИ, 2004. – 167 с.
10. Якиманская И.С. Психологические основы математического образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / И.С.Якиманская. – М.: Академия, 2004. – 320 с.