Куделіна О. В.
БДПУ (м. Бердянськ)

Реалізація компетентнісного підходу при навчанні студентів медичних коледжів теорії ймовірностей та математичної статистики

Актуальність. Питання щодо реалізації компетентнісного підходу в навчанні цілком відповідає вимогам часу і тим завданням, що постають перед освітою [5]. Теоретичні і практичні основи реалізації даного підходу зараз активно розробляються й обговорюються науковцями (Н.М.Бібік, О.І.Локшина, О.В.Овчарук, О.І.Пометун; І.Г.Єрмаков; С.А.Раков; О.Я.Савченко; Ю.Ф.Фоміних, та ін.).

Не потребує доказу те, що навчання всіх навчальних предметів, в тому числі й математики, у довільному вищому навчальному закладі, повинно бути спрямовано на підвищення рівня підготовки фахівців. Тому значення математичної освіти в підготовці майбутніх працівників полягає не тільки у розвитку математичних здібностей, забезпеченні загального інтелектуального розвитку, створенні умов для продовження освіти, а й в формуванні окремих професійних компетентностей випускників [9].

Випускники медичних вищих навчальних закладів досить часто стикаються з необхідністю складання статистичних звітів, проведення аналізу статистичних даних тощо, тоді як в системі освітніх закладів, де готують медичних працівників, до цього часу не здійснюється спеціальна підготовка за фахом медичного статистика, обов'язки якого в установах охорони здоров'я виконують працівники, котрі мають медичну освіту загального профілю. Тому слід приділяти достатню увагу навчанню студентів медичних спеціальностей елементів математичної статистики.

Мета, що переслідувалася при підготовці даної статті, є ознайомлення викладачів математики з системою вправ медичного змісту щодо навчання студентів - медиків теорії ймовірностей та математичної статистики.

Основний зміст. З метою формування окремих професійних компетентностей студентів в процесі вивчення курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» слід, в першу чергу, використовувати професійні вправи та приклади в процесі формування в студентів теоретичних знань і практичних вмінь. Так, за допомогою простого прикладу «вказати множину можливих наслідків експерименту: перевірка наявності в людини захворювання на грип,» можна підвести студентів-медиків до поняття "стохастичний експеримент". На цьому ж прикладі можна пояснити такі поняття, як «множина можливих наслідків експерименту - Ω», «елементарна подія», "простір елементарних подій" [3].

Потім студентам можна запропонувати розв'язати вправи, зміст яких також пов'язаний з їхньою майбутньою професійною діяльністю:

1. Для експерименту "Фіксація віку окремої людини" вказати множину можливих наслідків випробування, проводячи облік за кількістю повних років: менше року – 0, не менше року, але менше двох років – 1, і т.д. При цьому вважають, що людина може прожити не більше 300 років. (Відповідь: $\Omega = \{0; 1; 2; 3; 4; ...; 298; 299; 300\}$).

2. Фіксується стать двох довільно обраних новонароджених немовлят. Вказати множину можливих варіантів статі обох немовлят [6]. (Відповідь. $\Omega = \{ХХ, ДД, ХД\}$, де елементарна подія *ХХ* – обидва хлопчики, елементарна подія *ДД* – обидві дівчинки, елементарна подія *ХД* – немовлята різного полу).

3. У домашній аптечці є дві упаковки ліків: кардіомагніл і луцетам. Хворому треба випити дві таблетки. Вказати множину можливих наборів по 2 таблетки, якщо порядок приймання ліків важливий [2]. (Відповідь. $\Omega = \{КК, ЛЛ, КЛ, ЛК\}$, де елементарна подія *КК* – приймання двох таблеток кардіомагнілу, елементарна подія *ЛЛ* – приймання двох таблеток луцетаму, елементарна подія *КЛ* – приймання однієї таблетки кардіомагнілу і потім однієї таблетки луцетаму, елементарна подія *ЛК* – приймання однієї таблетки луцетаму і потім однієї таблетки кардіомагнілу).

При введенні поняття "Випадкова подія" студентам-медикам можна запропонувати вправи:

1. Експеримент полягає у перевірці ампул на герметичність, $\Omega = \{Ц, Т\}$. Вказати всі можливі події, що визначаються множиною елементарних подій Ω. (Відповідь: Подіями можуть бути підмножини множини Ω: $A = \{Ц\}$, $B = \{Т\}$, $C = \{Ц, Т\}$, $D = \varnothing$. Елементарна подія *Ц* сприяє події *A* і події *C*, але не сприяє події *B* і події *D*. Аналогічно елементарна подія *Т* сприяє подіям *B* та *C*, але не сприяє події *A* і події *D*).

2. Фіксується стать двох довільно обраних новонароджених немовлят. Вказати всі можливі події, що визначаються множиною елементарних подій $\Omega = \{ХХ, ДД, ХД\}$. (Відповідь: $A = \{ХХ\}$, $B = \{ДД\}$, $C = \{ХД\}$, $D = \{ХХ, ДД\}$, $E = \{ХД, ДД\}$, $F = \{ХХ, ХД\}$, $G = \{ХХ, ДД, ХД\}$, $H = \varnothing$).

3. Вказати всі можливі події, що визначаються множиною елементарних подій Ω – множина наслідків випробування "Мешканець міста хворий на цукровий діабет"[1]. (Відповідь. $\Omega = \{Хворий; Нехворий\}$, тоді подіями можуть бути підмножини множини Ω: $A = \{Хворий\}$, $B = \{Нехворий\}$, $C = \{Хворий, Нехворий\}$, $D = \varnothing$).

Вивчення операцій над подіями може супроводжуватися розв'язуванням вправ професійного змісту:

1. Миколі лікар призначив аспірин та супрастин, а його сестрі аспірин та цитромон. Якщо E_0 – купівля аспірину, E_1 – купівля супрастину, E_2 – купівля цитромону, то подія $A=\{E_0, E_1\}$ – купівля ліків для Миколи, подія $B=\{E_1, E_2\}$ – купівля ліків для сестри. Вказати подію, що полягає у купівлі ліків, придатних принаймні для одного з них, тобто для Миколи або його сестри, або для обох [8]. (Відповідь: $C=A+B=\{E_0, E_1, E_2\}$).

2. Серед учнів класу навмання вибирається група з п'яти учнів. Подія A полягає в тому, що в групі не більше трьох учнів мають першу групу крові, подія B – в групі не менше одного учня з першою групою крові. Можливими наслідками цього експерименту щодо кількості учнів з першою групою крові у групі вочевидь є: E_0 – 0 учнів з першою групою крові, E_1 – 1 учень з першою групою крові, E_2 – 2 учні з першою групою крові, ..., E_5 – 5 учнів з першою групою крові. Тоді $\Omega=\{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$; $A=\{E_0, E_1, E_2, E_3\}$; $B=\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$.

а). Що розуміють під подією $C = AB$? (Відповідь: Подія $C = AB$ полягає в тому, що в групі з п'яти учнів першу групу крові мають не менше одного і не більше трьох учнів, тобто $C=\{E_1, E_2, E_3\}$).

б). Що розуміють під подією $A\setminus B$ та подією $B\setminus A$? (Відповідь: Подія $A\setminus B$ полягає в тому, що в групі з п'яти учнів немає учнів з першою групою крові, а $B\setminus A$ – в групі з п'яти учнів з першою групою крові не менше чотирьох осіб (4 або 5)) [9].

При розгляді статистичної ймовірності (або відносної частоти) можна запропонувати до розв'язування такі вправи:

1. У деякому місті N за деякий період часу на світ з'явилося 83 немовлят, з яких 43 хлопчики. Визначити статистичну ймовірність (відносну частоту) народження хлопчика [6]. (Відповідь: $P_n^*(A)=\frac{43}{83}$ *=0,518*).

2. Хімічний дослід повторюють 70 разів, в п'ятдесяти трьох випадках він закінчується успіхом, а в інших – невдачею. Визначити статистичну ймовірність (відносну частоту) успішних завершень даного експерименту і число успішних випробувань в серії з 15 дослідів при тій самій відносної частоті [8]. (Відповідь: $P_n^*(A)=\frac{53}{70}$ *=0,757*. Статистична ймовірність для серії випробувань з 15 дослідів $P_n^*(A)$ *=0,757*, тоді за формулою $P_n^*(A)=\frac{K_n(A)}{n}$ знайдемо $K_n(A)=nP_n^*(A)$ *=15*0,757=11,3≈11*).

3. Медична сестра обслуговує в палаті 3 хворих. Відносна частота того, що протягом години перший хворий зажадає уваги сестри – 0,2, другий – 0,3, третій – 0,25. Знайти відносну частоту того, що протягом години всі троє хворих вимагали уваги сестри. (Відповідь: $P_n^*(A)$ *=0,2*0,3*0,25=0,015*).

4. Відповідно до статистичних даних, I групу крові мають 39% всіх європейців, II групу –23%, III групу – 13%, IV групу – 25%. Знайти статистичну імовірність того, що у довільно взятого донора-європейця буде група крові I або II [6]. **(**Відповідь: Якщо подія A – європеєць з I групою крові, B – європеєць з II групою крові, C – європеєць з III групою крові і D – європеєць з IV групою крові, то $P_n^*(A+B)=P_n^*(A)+P_n^*(B)$ *=0,39+0,23=0,62).*

5. Дві фармацевтичні фірми незалежно одна від одної розробляють аналогічні препарати. Статистична імовірність того, що до закінчення року перша фірма випустить свій препарат дорівнює 0,9, а друга – 0,07. Яка статистична імовірність того, що принаймні один із препаратів буде випущено наприкінці року [6]. (Відповідь: $P_n^*(A+B)=P_n^*(A)+P_n^*(B)=0{,}97$).

6. Явище курячої сліпоти – дальтонізм виникає у людини в результаті мутації в попередніх поколіннях гена X-хромосоми, що відповідає за кольоророзпізнавання. Статистична ймовірність мутації гена людини складає 0,08. Завдяки тому, що в хромосомному наборі чоловіків є тільки одна X-хромосома, це захворювання спостерігається у 8% чоловічого населення. У хромосомному наборі жінок нараховується дві X-хромосоми, тому хвороба настає тільки у тому випадку, коли успадковуються обидві "дефектні" хромосоми. Необхідно визначити у відсотках ту частину жіночого населення, що страждає на дальтонізм [8]. (Відповідь**:** Нехай подія A_1 – дефектна перша X-хромосома, A_2 – дефектна друга X-хромосома, тоді за умовою задачі $P_n^*(A_1)$=0,08. Подія B – жінка має дві дефектні X-хромосоми, тобто $B=A_1A_2$. Знайдемо $P_n^*(B)=P_n^*(A_1)*P_n^*(A_2)$ *=0,08*0,08=0,0064*. Таким чином, $0{,}64\%$ жіночого населення страждає на дальтонізм).

При вивченні тем “Умовна статистична ймовірність», «Статистична ймовірність добутку подій», «Залежні і незалежні події», «Формула повної статистичної ймовірності», «Формула Байєса” можна використовувати такі вправи:

1. Під час епідемії в одному в населених пунктів 60% мешканців виявилися хворими. З кожних 100 хворих 10 вимагали термінової медичної допомоги. Знайти статистичну імовірність того, що будь–якому навмання взятому жителю була необхідна термінова допомога [9]. (Відповідь: Нехай подія А полягає в тому, що мешканець населеного пункту хворий, а подія В – у тому, що хворий потребує термінової медичної допомоги. Статистична ймовірність того, що житель населеного пункту хворий $P_n^*(A)=0,6$. Умовна статистична ймовірність того, що хворий потребує термінової медичної допомоги $P_n^*(B/A)=0,1$. Тоді статистична ймовірність того, що будь-якому навмання взятому жителю була необхідна термінова допомога $P_n^*(B)=P_n^*(A)\ P_n^*(B/A)=0,6*0,1=0,06$).

2. У аптечках чотирьох водіїв були ліки. У першій – 2 упаковки анальгіну та 1 упаковка супрастину, у другій – 7 упаковок анальгіну та 5 упаковок супрастину, у третій та четвертій – по 4 упаковки анальгіну та по 3 упаковки супрастину. Багато разів із навмання взятої аптечки навмання вибирали одну упаковку. Знайти статистичну ймовірність того, що вибиралася упаковка супрастину, якщо всі аптечки обиралися однаково часто, а кожна упаковка ліків в аптечці також обиралися однаково часто [2]. (Відповідь: Позначимо через H_1 подію – обрана перша аптечка, через H_2 подію – обрана друга аптечка, через H_3 подію – обрана 3 або 4 аптечка. Події H_i називають гіпотезами. Очевидно $H_iH_j=\varnothing$ при $i\neq j$, $H_1+H_2+H_3=\Omega$. За умовою задачі $P_n^*(H_1)=\frac{1}{4}=0,25$; $P_n^*(H_2)=\frac{1}{4}=0,25$; $P_n^*(H_3)=\frac{2}{4}=0,5$. Знайдемо умовні ймовірності події А – вибрано упаковку цитромону: $P_n^*(A/H_1)=1/3$, $P_n^*(A/H_2)=5/12$, $P_n^*(A/H_3)=3/7$. За формулою повної статистичної ймовірності маємо

$$P_n^*(A)=\sum_{i=1}^{3}P_n^*(H_i)P_n^*(A/H_i)=0,25\cdot 1/3+0,25\cdot 5/12+0,5\cdot 3/7=0,402\ ).$$

3. У двох аптечках водіїв були ліки: у першій – 18 упаковок анальгіну та 2 цитромону, у другій – 9 упаковок анальгіну та 1 упаковка цитромону. З другої аптечки одну упаковку ліків перекладали у першу аптечку. Знайти статистичну ймовірність того, що після такого перекладання з першої аптечки було вибрано упаковку цитромону, якщо всі упаковки з першої та другої аптечок вибиралися однаково часто. (Відповідь: Позначимо гіпотези H_1 – перекладено з другої аптечки в першу упаковку анальгіну, H_2 – перекладено з другої аптечки в першу упаковку цитромону. Тоді $P_n^*(H_1)=0,9$; $P_n^*(H_2)=0,1$.

Знайдемо умовні статистичні ймовірності події А – після перекладання вибрано з першої аптечки упаковку цитромону: $P_n^*(A/H_1)=19/21$, $P_n^*(A/H_2)=18/21$. За формулою повної статистичної ймовірності маємо $P_n^*(A)=\sum_{i=1}^{2}P_n^*(H_i)P_n^*(A/H_i)=0,9\cdot 19/21+0,1\cdot 18/21=0,9$).

4. Багато разів мешканець містечка N у відповідності зі своїми потребами відвідував аптеки A_1, A_2, A_3 та A_4 з відносними частотами $P_n^*(A_1)=0,4$; $P_n^*(A_2)=0,3$; $P_n^*(A_3)=0,2$; $P_n^*(A_4)=0,1$. Необхідні йому ліки він отримував в першій аптеці зі статистичною ймовірністю 0,8, у другій – 0,7, у третій – 0,2, у четвертій – 0,6. Визначити статистичну ймовірність того, що він отримував потрібні ліки [1].

(Відповідь: $P_n^*(A)=0,4*0,8+0,3*0,7+0,2*0,2+0,1*0,6=0,63$).

5. На аптечному складі знаходяться упаковки валідолу чотирьох підприємств-виробників, причому 5000 упаковок виготовлені першим підприємством, 2000 упаковок – другим, 3000 – третім і 4000 – четвертим. Відомо, що упаковки валідолу виробляються двох типів – по 6 і 10 таблеток. Упаковки по 6 таблеток складають на першому підприємстві 50%, на другому – 20%, на третьому – 40%, на четвертому – 30%. Визначити статистичну ймовірність того, що навмання вибрана на складі упаковка містила 6 таблеток, якщо всі упаковки вибиралися однаково часто [2].

(Відповідь: $P_n^*(A)=\frac{5000}{14000}\cdot 0,5+\frac{2000}{14000}\cdot 0,2+\frac{3000}{14000}\cdot 0,4+\frac{4000}{14000}\cdot 0,3=0,378$).

6. У відділенні лікарні знаходяться 20 хворих із трьома ступенями тяжкості однієї хвороби: із першим ступенем – 10 хворих, із другим – 7 хворих, із третім – 3 хворих. Існує комплекс лікарських препаратів, застосування якого приводить до успіху в залежності від ступеня тяжкості відповідно в 90, 80 і 75 відсотках випадків. Яка статистична ймовірність того, що для випадково обраного пацієнта цей комплекс препаратів приводив до успіху в лікуванні хвороби, якщо всі хворі обиралися з однаковою частотою?

(Відповідь: $P_n^*(A) = 0{,}5*0{,}9+0{,}35*0{,}8+0{,}15*0{,}75=0{,}8425$).

7. У аптечці першого водія 2 упаковки аспірину та 1 упаковка тетрацикліну, у аптечці другого водія – 7 упаковок аспірину та 5 упаковок тетрацикліну, у аптечці третього водія – 4 упаковки аспірину та 3 упаковки тетрацикліну. З якою статистичною ймовірністю можна стверджувати, що обирали упаковку аспірину з аптечки другого водія, якщо аптечки кожного з водіїв обирали однаково часто, а з кожної аптечки упаковки ліків також обиралися однаково часто? [9] (Відповідь: Позначимо гіпотези H_1 – обрано упаковку з аптечки першого водія, H_2 – обрано упаковку з аптечки другого водія, H_3 – обрано упаковку з аптечки третього водія. Статистичні ймовірності гіпотез $P_n^*(H_1) = P_n^*(H_2) = P_n^*(H_3) = 1/3$. Знайдемо умовні ймовірності події А – обрано упаковку аспірину: $P_n^*(A/H_1) = 2/3$, $P_n^*(A/H_2) = 7/12$, $P_n^*(A/H_3) = 4/7$. Знайдемо за формулою Байєса статистичну ймовірність події – обрану упаковку аспірину взято з аптечки другого водія

$$P_n^*(H_2/A) = \frac{P_n^*(H_2)P_n^*(A/H_2)}{\sum_{i=1}^{2} P_n^*(H_i)P_n^*(A/H_i)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{12}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{12}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{7}} = 0{,}32$$).

8. Відомо, що 96% ліків, що випускаються фармацевтичною фабрикою, задовольняють стандарту. Спрощена схема контролю визнає стандартні ліки придатними до використання з статистичною імовірністю 0,98 і нестандартні – з статистичною імовірністю 0,05. Знайти статистичну ймовірність того, що ліки, які пройшли контроль, задовольняють стандарту [8].

(Відповідь: $P_n^*(H_1/A) = \dfrac{0{,}98*0{,}96}{0{,}98*0{,}96+0{,}05*0{,}04} = 0{,}9978$).

При вивченні розподілів статистичних ймовірностей також можна запропонувати студентам розв'язати вправи професійного змісту. Наприклад, побудувати гістограму частот за даними вимірювань температури хворого: 39; 39,3; 39; 38,7; 38,7; 37,2;37,1; 37;37;37,2; 37 (можливо за допомогою комп'ютерної програми) [9].

При вивченні деяких числових характеристик дискретного розподілу статистичних ймовірностей можна запропонувати, наприклад, вправу: фіксується вага новонароджених немовлят, за результатами складається ряд розподілу:

	,2	,4	,6	,8		,2	,4	,6	,8		,2	,4	,6	,8	
5		1	3	8	4	9	4				0				

Знайти центр розсіювання статистичних ймовірностей ваги новонародженого немовляти, дисперсію та середнє квадратичне відхилення неперервного розподілу вказаних статистичних ймовірностей. Побудувати гістограму статистичних ймовірностей та вказати середню вагу немовля. Знайти кількість немовлят вагою до 3 кг [6].

Висновки. Завдання професійно орієнтованого змісту спрощують засвоєння студентами-медиками навчального матеріалу, підвищують мотивацію навчання, сприяють запам'ятовуванню лікарських препаратів, знайомлять студентів з майбутніми професійними діями тощо. Професійні компетентності формуються разом з математичними, а математична компетентність – це не стільки вміння розв'язувати математичні вправи, скільки вміння бачити проблеми та застосовувати математику до їх аналізу і розв'язування у реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики [7].

ЛІТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь. 1983, – 416 с.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для студентов вузов. Издание 5-е, стереотипное – М.: Высшая школа, 2001. – 400 с.
3. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп'ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – К.: РННЦ ДІНІТ, 2004. – 107 с.
4. Казанюк Т.В., Нековаль І.В. Основи фармакології та загальної рецептури. – К.: Здоров'я, 2004. – 240 с.
5. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: Бібліотека з освітньої політики. – К.: «К.І.С.», 2004. – 112 с.
6. Педіатрія: Підручник / За редакцією С.К. Ткаченко і Р.І. Поцюрко; 3-є видання, перероблене і доповнене – К.: Здоров'я, 2003. – 752 с.
7. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. – Харків: Факт, 2005. – 360 с.

8. Теорія ймовірностей і статистичні методи обробки результатів спостережень: Навчальний посібник для студентів вищих фармацевтичних та медичних закладів / Б.Ф. Горбуненко, Ф.Г. Дягілєва, Г.В. Жиронкіна та ін. – Х.: Видавництво НФАУ: Золоті сторінки, 2002. – 188 с.
9. Шавальова О.В. Реалізація компетентнісного підходу у математичній підготовці студентів медичних коледжів в умовах комп’ютеризації навчання. Дисертація кандидата педагогічних наук: 13.00.02. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007.- 224 с.