

## Психолого-педагогічні засади навчання студентів в курсі вищої математики

Одна з основних задач вищої школи - навчити студентів свідомого підходу до отримання знань, бути готовим вчитися самостійно все своє життя, постійно підвищувати рівень кваліфікації відповідно до потреб ринку праці.

У педагогіці діє закон відповідності виховання та освіти рівню розвитку суспільства. Тому останнім часом стала бурхливо розвиватися соціальна педагогіка, що вивчає закономірності і механізми становлення і розвитку особистості. До структури соціальної педагогіки входить андрагогіка - це наука про освіту та виховання людини протягом усього життя.

Коулз (1980) був одним із перших теоретиків, який ввів поняття андрагогіки в науку про навчання дорослих. За його визначенням, андрагогіка - це мистецтво навчання дорослих людей.

На теперішній час андрагогіка широко використовується в якості теорії навчання дорослих. Ця теорія включає положення про те, що, будучи зрілими людьми, дорослі самі обирають для себе шляхи, в них є досвід, який може бути використаний у навчанні. Вони навчаються з конкретними цілями і прагнуть максимально застосувати отримані знання на практиці.

Ролі і стадії розвитку дітей і дорослих також впливають на методи навчання, програми, цілі і потреби. Більше того, ролі і стадії розвитку мають неабияке значення і при навчанні дорослих людей. Коулз (1975) відмічав, що самостійне навчання відбувається тоді, коли людина починає відчувати необхідність у продовженні навчання, ставить перед собою певні цілі, визначає ресурси, обирає для себе спосіб навчання, оцінює надбані знання.

Студенти, які усвідомлюють, що їм не вистачає певних знань, вмінь та навичок, читають додаткову літературу, користуються аудіо і відеозаписами, комп'ютерними розробками. Це і є люди, які навчаються самостійно. Разом з тим це зовсім не означає, що вони відчують зовнішні стимули. Виявлений інтерес до даного предмету приводить до того, що дорослі люди самі здатні створити для себе навчальне середовище за допомогою або без допомоги інших людей. І завдання педагога - привести студентів до таких внутрішніх змін у свідомості.

В останнє десятиріччя досліджувачі проблем навчання дорослих найбільшу увагу приділяли чотирьом сферам:

- 1). Самоосвіта;
- 2). Критичне мислення;
- 3). Дослідницьке навчання;
- 4). Вміння навчатися.

У 90-х роках ХХ століття з'явилися три нових напрямки в рамках теорії навчання дорослих:

- 1). Культурний аспект навчання дорослих;
- 2). Створення практичних теорій;
- 3). Нові форми навчання, пов'язані з технічним прогресом: комп'ютерні навчальні програми та дистанційне навчання, відкриті навчальні системи.

Розглянемо більш детально останній напрямок даної теорії.

Призначення технічних засобів:

- 1). врахування різниці в типах студентів, збільшення степеня запам'ятовування;
- 2). наглядність;
- 3). полегшення комунікації і взаєморозуміння;
- 4). полегшення праці педагога;
- 5). можливість документації.

Виділяють [3] два типи педагогічних програмних засобів (ППЗ): ППЗ, розраховані на зменшення часу спілкування учня і вчителя або і на навчання зовсім без вчителя, і ППЗ, розраховані на якомога інтенсивніше спілкування учнів і вчителя за рахунок ефективного використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій і звільнення учнів від необхідності витратити значний час на виконання технічних, рутинних операцій, коли вони практично не спілкуються з вчителем. Проблема в тому, щоб знайти якомога ефективніше поєднання обох напрямів використання ППЗ.

Зараз неможливо задовольнити все більші вимоги до рівня підготовки випускника технічного ВУЗу без використання комп'ютерних технологій при вивченні більшості вузівських дисциплін. Очевидно, що використання комп'ютера повинно бути систематичним з перших днів навчання студента. Проблема полягає в методиках комп'ютеризації навчання. Можливі два шляхи розв'язання цієї проблеми:

- повна перебудова учбового процесу і створення нових комп'ютерних курсів;
- розробка комп'ютерно-орієнтованих систем навчання.

На сьогодні розроблена значна кількість програмних засобів, що дозволяють розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. До них можна віднести математичні пакети Derive, Maple, Mathcad, Mathematica, які вже стали настільними інструментами сучасного інженера. Крім того, багато задач може бути розв'язана за допомогою стандартних електронних таблиць MS Excel.

Ефективні для опрацювання ряду розділів вищої математики зі зручною і простою мовою програмування такі програмні засоби, як GRAN 1, GRAN 2D, GRAN 3D, Derive [3].

Деякі з цих програм розраховані на фахівців досить високої кваліфікації в галузі математики, інші - на учнів середніх навчальних закладів чи студентів ВУЗів, які лише почали вивчати шкільний курс математики чи основи вищої математики.

Для сучасного періоду є характерним з одного боку, прогрес математичної науки, реформування освіти і розробка її державних стандартів, а з другого – скорочення кількості годин на аудиторне засвоєння дисциплін та винесення значної частини матеріалу на самостійне опрацювання. Існує небезпека зниження рівня освіти, а відтак, відчувається нагальна потреба в розробці нових методичних систем навчання вищої математики на основі сучасних інформаційних технологій.

Особливого значення комп'ютерна підтримка курсу вищої математики набуває при модульній системі навчання.

Як відомо, в процесі модульного навчання студент навчається за принципом ЗС: самостійно, систематично, свідомо. Модуль - своєрідна частина робочої програми дисципліни. Кількість модулів визначає викладач, затверджує кафедра. Робота над оволодінням змісту дисципліни передбачає проведення поточного модульного контролю, а рубіжний контроль знань - після закінчення кожного модуля.

Особливу роль за таких умов відіграють технології активного навчання, які спираються не тільки на процеси сприйняття, пам'яті, уваги, але насамперед на творче, продуктивне мислення.

Наведемо орієнтовний зміст використання ППЗ в курсі вищої математики.

Перший модуль: функції і їх графіки, побудова графіків в різних системах координат, побудова графіків поверхонь в тривимірному просторі, з різних точок зору і в різних масштабах. Анімація графіків. Дії з матрицями, визначники і їх властивості, розв'язування систем алгебраїчних рівнянь. Лінійний простір.

Другий модуль: (задачі математичного аналізу) - через великий об'єм навчального матеріалу його краще поділити на кілька частин.

Перша частина: поняття границі числової послідовності, поняття границі функції в точці, точки розриву. Похідна, її обчислення, використання, дослідження функцій і побудова їхніх графіків.

Друга частина: невизначений і визначений інтеграл. Формула Ньютона- Лейбніца. Інтегрування заміною змінної. Використання визначеного інтегралу. Обчислення не власних інтегралів.

Третя частина: функції багатьох змінних, графіки функцій двох змінних, лінії рівня, локальні екстремуми, часткові похідні, похідні за напрямком, градієнт, похідні вищих порядків, формули Тейлора.

Четверта частина: Числові ряди ( ряди з невід'ємними членами і знакопочержні ряди), розклад функції в ряд Тейлора і Фур'є (явище Гібса, збіжність ряду Фур'є, мінімальна властивість коефіцієнтів Фур'є ,залежність швидкості збіжності ряду Фур'є від гладкості функції, ряд Фур'є на довільному відрізку), обчислення приблизних значень визначених інтегралів.

П'ята частина: Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграл. Теорія поля.

Третій модуль: Диференціальні рівняння першого і вищих порядків, системи диференціальних рівнянь, лінійні диференціальні рівняння.

Четвертий модуль: Теорія ймовірності.

Випадкові події і величини, закони розподілу, умовні розподіли, числові характеристики випадкових величин, двовимірні випадкові величини.

П'ятий модуль: Задачі математичної статистики. Побудова гістограм, полігонів частот, точкові і інтегральні оцінки, критерії узгодження, регресія, метод найменших квадратів, елементи дисперсійного аналізу.

Крім того, можна використати комп'ютерні розробки для спеціальних курсів. Так, для студентів економічного профілю необхідно включити такі питання як: матричні обчислення в економічних задачах (модель міжгалузевого балансу Леонт'єва і т.д.), для функцій багатьох змінних - розглянути виробничі функції, наприклад, Кобба-Дугласа, в розділі диференціальних рівнянь - динамічні системи в економічних задачах, наприклад, рівняння Вольтерра-Лотка, модель Холлінга-Теннера і т.д.

Вдосконалення процесу вивчення математики в Вузї може бути деталізовано і зведено до слідуючого [2, с.35]:

- скорочення числа навчальних дисциплін за рахунок об'єднання і введення нових, більш актуальних;

- коригування змісту учбових дисциплін з метою забезпечення необхідного рівня і якості професійної підготовки спеціалістів;
- науково-обґрунтована регламентація змісту і об'єму учбового матеріалу, який вноситься на аудиторні заняття і на самостійну роботу;
- посилення індивідуального підходу до навчання студентів;
- підвищення об'єктивності оцінки рівня знань, вмінь і навичок студентів з даної дисципліни;
- подальше впровадження активних методів навчання, перш за все комп'ютерно-орієнтованих систем навчання.

Сучасний навчальний процес як процес пізнання - це складний і суперечливий процес. Його рушійними силами є суперечність між постійно зростаючими вимогами суспільства до освіти, які виникають внаслідок соціально-економічного прогресу, і можливостями процесу навчання в даних умовах.

Ці суперечності стають рушійними силами навчання при існуванні ряду умов. Ці умови необхідні для реалізації процесу навчання, бо процес навчання виконує три основні функції:

- перша функція - освітня. Її призначення - озброєння знаннями, формування спеціальних і загальнонаукових умінь і навичок. Виходячи з того, що знання рухомі, вони безперервно оновлюються, їхній обсяг швидко зростає, необхідною умовою є систематичність, повнота, усвідомленість, дієвість знань.

- друга – виховна. Це формування світогляду, духовних, моральних, естетичних уявлень, поглядів і переконань студентів.

- третя – розвиваюча. Це забезпечення процесу формування особистості, розвиває її сприйняття, мислення, емоційну, мотиваційну сферу.

Але цей процес багатофакторний. Тут виникає необхідність вивчення і врахування реальних учбових можливостей студентів і перш за все індивідуального підходу до студентів і розвитку їх творчих здібностей, необхідно встановити обґрунтовані об'єми учбової інформації, забезпечити необхідну результативність процесу навчання. Всі ці питання повинні бути узгоджені з нормами затрат часу на навчальну роботу, необхідна розробка критеріїв норм оцінок учбової діяльності студентів.

Основний недолік традиційної системи навчання в тому, що викладач в основному реалізує лише інформаційну функцію знань, залишаючи осторонь іншу, не менш значну функцію – розвиваючу. Ці дві функції взаємозв'язані, але не тотожні. Як відмічає [10] І. С. Якиманська, “образованість”, тобто наукова інформованість, і “розвинутість мислення”

далеко не одно й те ж саме. До недавно часу всі проблеми розв'язувались “додаванням” нових тем в діючі програми і нових предметів в діючий учбовий план. Можливості розвиваючого навчання базується не на розширенні програмного матеріалу, а на внутрішніх резервах курсу математики. Одна з таких можливостей – в удосконаленні структури курсу. Причини цього криються в самій математиці, в якій відбувається не стільки великий загальний ріст об'єму математичних знань, скільки їх неперервна систематизація і структурування. На підтвердження наведемо кілька прикладів. Так на початку двадцятого століття в математику Д. Гілбертом було введено поняття функціонального простору. Елементом цього простору є вектор, заданий неперервного на відрізку функцією. В зв'язку з цим такі важливі поняття математики, як вектори і функції, об'єднали єдиною теорією. Операція розкладу елементарних функцій в степеневі ряди в цьому функціональному просторі стала ідентичною операції розкладу вектора вздовж заданих напрямків. Другим прикладом може бути введена Р. Декартом система координат, яка дозволила за допомогою основних понять “число” і “точка” встановити тісні зв'язки між алгеброю і геометрією.

Аналіз практики навчання свідчить про те, що при швидкому темпі навчання не встигають осмислити учбовий матеріал, виконати необхідні завдання і закріпити даний матеріал. Результат навчання оцінюється не кількістю інформації, а “якістю” її засвоєння і розвитком здібностей навчаємого до подальшої самостійної освіти, але і навпаки – при повільному темпі навчання учбового матеріалу, маємо дефіцит часу на вивчення знижується інтерес, волеві фактори.

Слід зазначити, що вмючи відтворити означення деякого поняття, студент далеко не завжди вміє встановлювати необхідні і достатні ознаки цього поняття, розпізнавати об'єкти, що відносяться до даного поняття і т.д. Іноді буває важливо, щоб студент просто запам'ятав необхідне формулювання. В цьому випадку перевірка засвоєння відбувається за вмінням відтворити ці знання (репродуктивний рівень). Але для розв'язування задач цього замало. Потрібні вміння аналізувати поняття і відношення між ними, виділяти суттєві властивості, робити перетворення і співвідносити продукт дії з поставленою задачею. Дослідження дидактів, психологів і методистів, проведені в останні роки, приводять до висновку, що одностайне (паралельне) засвоєння логічно зв'язаних між собою понять є більш ефективним, ніж їх роздільне вивчення. Тому для студентів економічного профілю краще не робити окремих модулів для розгляду задач, а розглядати ці задачі в кожному модулі.

Розглянемо це на конкретних прикладах. При вивченні теми математичного аналізу “Дослідження функції однієї змінної і побудова графіків” доцільно досліджувати не тільки абстрактні графіки, а наприклад, графік функції попиту, рівноважної ціни, залежності

прибутку від попиту, максимального прибутку. Тут важлива не тільки їх побудова, але й можливість динамічної зміни початкових параметрів та візуалізація результатів на екрані в реальному часі.

Розглянемо ці задачі більш детально. Дослідимо варіант розв'язування задачі для лінійної функції попиту і для функції пропозиції.

$$D(Q)=150-5Q$$

$$S(Q)=\frac{1}{4} Q^2 + \frac{1}{2} Q + 70,$$

де  $Q$  - кількість товару, який купили за ціною  $p$  (див. Рис.1 на Mathcad, та Рис.3, виконаний на Excel). Представляє інтерес точка перетину цих кривих. Ця точка називається точкою рівноваги.

Перетин графіків при  $p=100$  означає, що при такій ціні весь товар продадуть. При  $p<100$  кожний перевищує пропозицію, виникає “дефіцит” товару і є можливість підвищити ціну ( вона буде прямувати до точки рівноваги ). При умові  $p>100$ , навпаки, буде залишатися нереалізована продукція. Слід зазначити, що ціна не є єдиним фактором, який визначає зміну попиту і пропозиції. В слідуючому модулі при вивченні теорії функції багатьох змінних слід розглядати задачі з кількома змінними в економічних задачах.

На Рис.2 і на Рис.4 побудовані графіки прибутку від попиту відповідно з використанням MathCad і Excel. Будуються одразу кілька графіків:

$$D0(x) = \frac{ax(x+b)}{x^2+c} \quad \text{- попит на малоцінні товари;}$$

$$D1(x) = \frac{ax}{x+b} \quad \text{- попит на товари першої необхідності;}$$

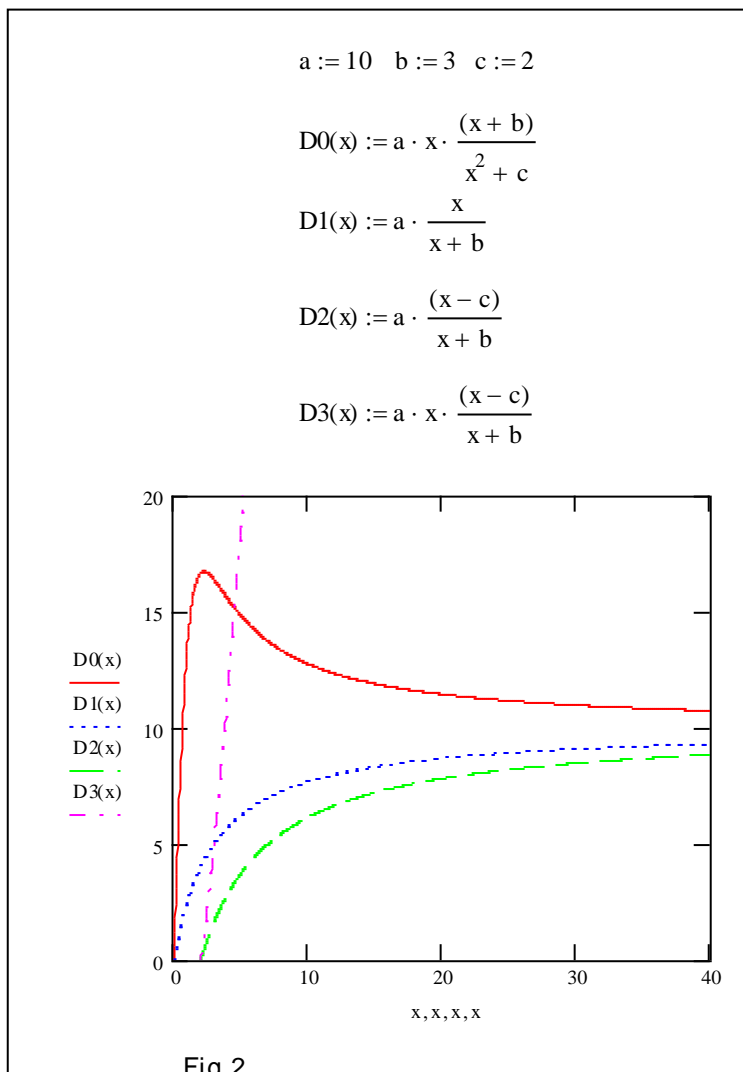
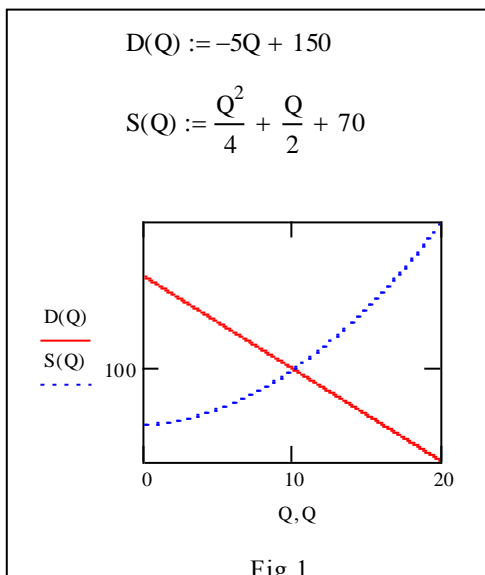
$$D2(x) = \frac{a(x-c)}{x+b} \quad \text{- попит на товари другої необхідності;}$$

$$D3(x) = \frac{ax(x-c)}{x+b} \quad \text{- попит на предмети розкоші.}$$

$a, b, c$  - фіксовані параметри;  $x$ -прибуток.

Дослідимо ці функції при значеннях параметрів  $a=10$ ;  $b=3$ ;  $c=2$ . Так попит на малоцінні товари росте при малих прибутках, але з ростом прибутків починає падати і прямує до  $a$  зверху. Попит на товари першої необхідності прямує до величини  $a$  знизу і росте з ростом прибутків. Товари другої необхідності і предмети розкоші придбають тільки люди з доходом більшим за  $c=2$ . І тільки попит на предмети розкоші з ростом прибутків постійно росте.

Наведемо приклад розв'язання цих задач за допомогою пакету MathCad:





та електронної таблиці MS Excel:

Q	D(Q)	S(Q)
0	150	70
2	140	72
4	130	76
6	120	82
8	110	90
10	100	100
12	90	112
14	80	126
16	70	142
18	60	160
20	50	180

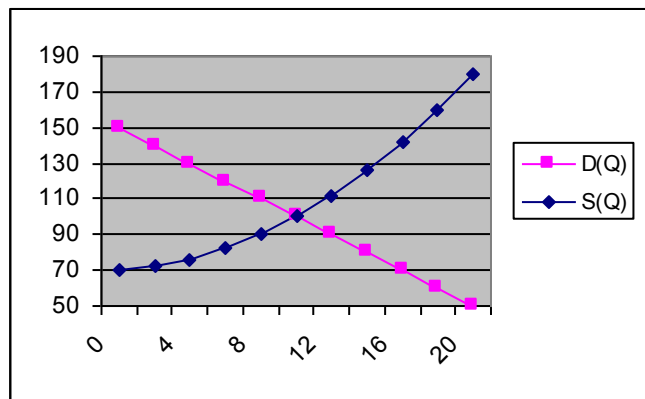


Рис. 3

**a**      **10**  
**b**      **3**  
**c**      **2**

x	D0(x)	D1(x)	D2(x)	D3(x)
0	0,00	0,00	-6,67	0,00
2	16,67	4,00	0,00	0,00
4	15,56	5,71	2,86	11,43
6	14,21	6,67	4,44	26,67
8	13,33	7,27	5,45	43,64
10	12,75	7,69	6,15	61,54
12	12,33	8,00	6,67	80,00
14	12,02	8,24	7,06	98,82
16	11,78	8,42	7,37	117,89
18	11,60	8,57	7,62	137,14
20	11,44	8,70	7,83	156,52
22	11,32	8,80	8,00	176,00
24	11,21	8,89	8,15	195,56
26	11,12	8,97	8,28	215,17
28	11,04	9,03	8,39	234,84
30	10,98	9,09	8,48	254,55
32	10,92	9,14	8,57	274,29
34	10,86	9,19	8,65	294,05
36	10,82	9,23	8,72	313,85
38	10,77	9,27	8,78	333,66
40	10,74	9,30	8,84	353,49

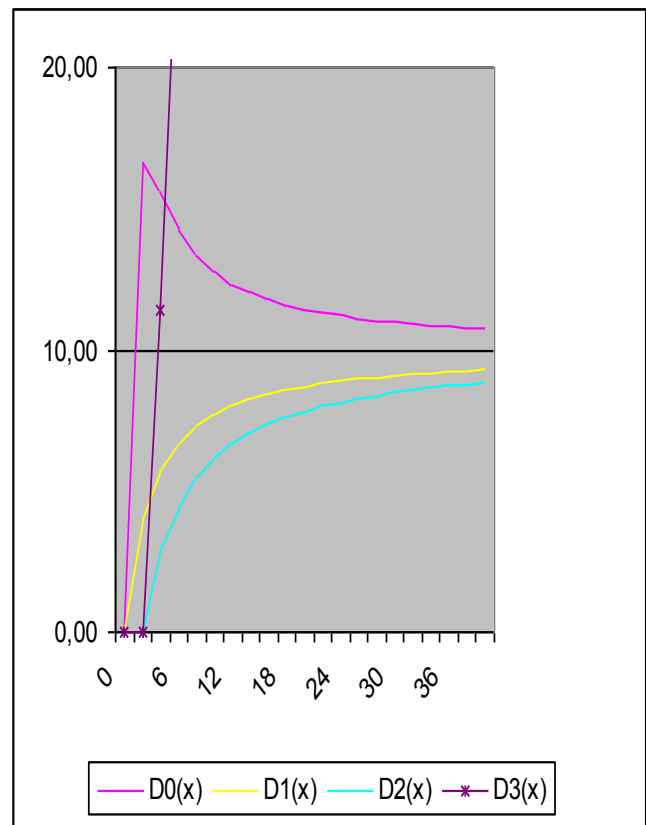


Рис.4

Розвиває інтелект, підвищує математичну і професійну культуру і розв'язування прикладних задач. Так в роботі [9] розглянуті задачі на тему "теорія функцій багатьох змінних", наведені не тільки розв'язки типових задач і приклади для самостійної роботи, але розглянуті і задачі економічного профілю. Ці задачі можуть бути використані в курсових і науково-дослідних роботах, дипломних проектах. Ряд цікавих задач економічного профілю на тему "математична статистика" розглянуто в [7].

При навчанні студентів економічного профілю доцільно по закінченні кожного модуля навчання давати відповідні професійні задачі. Так, при розгляді теми "Лінійна алгебра" розглядати наступні задачі: модель міжгалузевого балансу Леонтьєва, ціни в системі міжгалузевих зв'язків, лінійна модель міжнародної торгівлі. За темою "Функції багатьох змінних": промислові функції, її еластичність випуску; промислова функція Кобба-Дугласа, функція з постійною еластичністю заміщення (еластичність – це безрозмірна величина, яка показує здібність функції реагувати на зміну аргументу) і т.д. До теми "Диференційні рівняння" - рівняння Вольтерра-Лотка; модель Холлінга-Тенера, вирівнювання цін [5, 9].

З метою вдосконалення навчального процесу викладачі кафедри вищої математики Національного Авіаційного університету м.Києва розробили в електронному вигляді навчальні посібники з дисциплін: вища математика, теорія ймовірності та математична статистика, математичне програмування. Ці посібники містять конспект лекцій, практичні заняття, домашні завдання, індивідуальні домашні завдання і зразки модульних робіт. Дані навчальні посібники рекомендовані Міністерством освіти і науки України як навчальні посібники для студентів вищих навчальних закладів економічних спеціальностей.

Як приклад, розглянемо посібник [9] „Модуль 5. Диференційне числення функцій багатьох змінних”. Він містить п'ять розділів. У першому викладено теоретичний матеріал до кожного під модуля. Другий розділ складається з прикладів для аудиторної роботи та домашніх завдань до кожного під модуля. Третій розділ містить 30 варіантів модульних індивідуальних завдань, а четвертий – економічні задачі та їх розв'язки. Серед економічних задач розглянуті три основні напрямки використання даної тематики: 1) маргінальна продуктивність виробництва; 2) попит та конкурентні товари; 3) швидкість зміни обсягу продажу товару. У п'ятому розділі наведено зразок модульної контрольної роботи з розв'язками.

Слід зазначити, що інтеграція математики і інформатики, інших предметів не може бути зведена до їх механічного об'єднання. Потрібна розробка якісно нових предметів та методичних систем їх навчання із новими цілями, змістом, методами, засобами,

організаційними формами і результатами навчання, що вимагає ретельних психолого-педагогічних і методичних досліджень, експериментів і розробок [3].

## ЛІТЕРАТУРА

1. Булгакова Н.Б. Педагогіка вищої школи: Конспект лекцій: - К.- НАУ, 2003, -40с.
2. Верхола А.П. Дидактические основы оптимизации процесса обучения. //Современные проблемы дидактики высшей школы: Сб. избр. трудов Междун. Конф. (27-31 августа 1997г.) Отв. ред. Атанов Г.А. - Донецк: Дон ГУ. - 1997. - С.164.
3. Жалдак М.І. „Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики.” // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук. праць/ Редкол. – К.:НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. - 263с.
4. Жалдак М.І. Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп’ютерною підтримкою: - посібник для вчителів. -Київ 2001. - С.70.
5. Леонтьев В.В. Межотраслевая экономика. – М.: Экономика, 1997.
6. Мазур К.І., Олешко Т.І., Трофименко В.І. Вища математика. Модуль 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних: Навч. посібник – К.: Книжкове видавництво НАУ, 2005. – 104с.
7. T.Olesko, V.V.Pakhnenko, V.I.Trofymenko. Elements of mathematical statistics: The methodical guide. -К.:NAU, 2003, -72р.
8. Пустынникова И. П. Определение вероятностей подтверждения и опровержения гипотенузы при диагностике знаний (умений). Компьютерные программы учебного назначения: Тезисы докладов III междун. конф. (27-29 августа 1996г.) Отв. ред. Атанов Г.А. - Донецк: Дон ГУ -1996. - С.36.
9. V. Trofymenko “Functions of Several Variables”. A book of problems Kyiv, NAY, 2003 - 63р.
10. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогіка, 1980 – 240с.