Зайцева Т.В.

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ПРОГРАМ НА УРОКАХ АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ.

Одним з найважливіших факторів, що спонукають до навчання, є мотив досягнення успіху. Психологами спеціально розроблений метод навчання, що носить назву "стратегія формування успіху". Сутність цього методу полягає в тому, що кожен учень працює на рівні своїх можливостей і успішно долає навчальні завдання. Застосування нових інформаційних технологій дає можливість створити для таких школярів навчальні проблеми, які вони здатні розв'язати, і виробити у них позитивну мотивацію навчання. Завдяки перекладанню основної маси технічних операцій на комп'ютер учень починає розв'язувати завдання, досягнутий успіх народжує у нього віру в свої сили і збуджує прагнення до подальшого вдосконалення. НІТ – це інструмент, який при правильному застосуванні дозволяє перетворити навчання з примусового в добровільне, що супроводжується почуттям задоволення і радощів від успішного подолання труднощів.

Розглянемо кілька прикладів використання засобів НІТН при вивченні тем курсу алгебри і початків аналізу, які відносяться до поняття похідної та застосування похідної до дослідження функцій.

Різні підходи до введення поняття похідної здебільшого пов'язані з вибором задачі, на основі якої розгортається пояснення. Можливі три варіанти: 1)пояснення будуються на основі задачі про дотичну до кривої; 2)пояснення будуються на основі задачі про миттєву швидкість нерівномірного руху; 3)пояснення будуються на основі двох зазначених задач.

Автори підручників по-різному розв'язують це питання, але здебільшого дотримуються третього варіанта. Розглянемо перший варіант. Перше знайомство з поняттям похідної пов'язується з задачею на побудову дотичної, в учнів створюється певний наочний образ похідної – це тангенс кута, утвореного дотичною і віссю Ox. Проте психологічні дослідження вказують, що для деяких учнів наочний образ може мати і негативний вплив на формування понять. Часто учні звертають увагу на те, що більш впадає в око, а не на суть питання. Наприклад, образ похідної пов'язується не з тангенсом кута, а з самою дотичною. Вихід з цієї ситуації – по-перше, вчителю більше уваги приділяти і підкреслювати суть цього питання; по-друге, вибирати інші варіанти пояснення матеріалу.

Вважаємо за доцільне спочатку розглянути лише задачу про миттєву швидкість і на деякий час відкласти розгляд задачі на побудову дотичної. Пояснити це можна кількома причинами. По-перше, учні чітко будуть розрізняти аналітичне означення похідної від її геометричного тлумачення. По-друге, з задачею на знаходження швидкості нерівномірного руху учні зустрічались на уроках фізики, тобто це для них знайомий матеріал, а поняття дотичної, як граничного положення січної, є новим і не таким простим для учнів. По-третє, геометричне тлумачення похідної не таке важливе при введенні формул для обчислення похідних, як пізніше при дослідженні функцій за допомогою похідної.

Відповідно до цього розділ, присвячений похідній, можна поділити на два блоки: 1)введення поняття похідної як швидкості зміни функції по відношенню до зміни аргументу, знайомство з формулами обчислення похідних; 2)геометричний зміст похідної, дослідження функцій за допомогою похідної, побудова графіків та розв’язування задач практичного змісту.

На наш погляд, теми, які відносяться до введення поняття похідної, знайомства з похідними елементарних функцій та схеми обчислення похідних доцільно розглядати з епізодичним використанням комп’ютерних програм. Головна мета цих уроків – навчити учнів обчислювати похідні функцій. На відміну від цих тем, викладання таких тем, як геометричний зміст похідної, дотична до графіка функції, проміжки монотонності, застосування похідної до дослідження функцій та розв’язування прикладних задач, будується на використанні інформаційних технологій на різних етапах уроку.

Наведемо деякі приклади використання програмного засобу GRAN1 при вивченні вище зазначених тем шкільного курсу алгебри та початків аналізу.

Тема: Геометричний зміст похідної.

Подання навчального матеріалу доцільно розпочати з актуалізації опорних знань учнів щодо поняття про гладку та не гладку криві. А саме, учням варто нагадати на прикладах, яку криву вважають гладкою. Вчитель пропонує учням скористатися програмою *GRAN1*, побудувати графіки кількох функцій: $y=x^2$; $y=x^3$; $y=|x|$; $y=|x^2-1|$, проаналізувати поведінку цих графіків і зробити висновки:

Розгляд зазначених графічних моделей сприяє формуванню в учнів наочного уявлення про гладкі криві (рис.1).

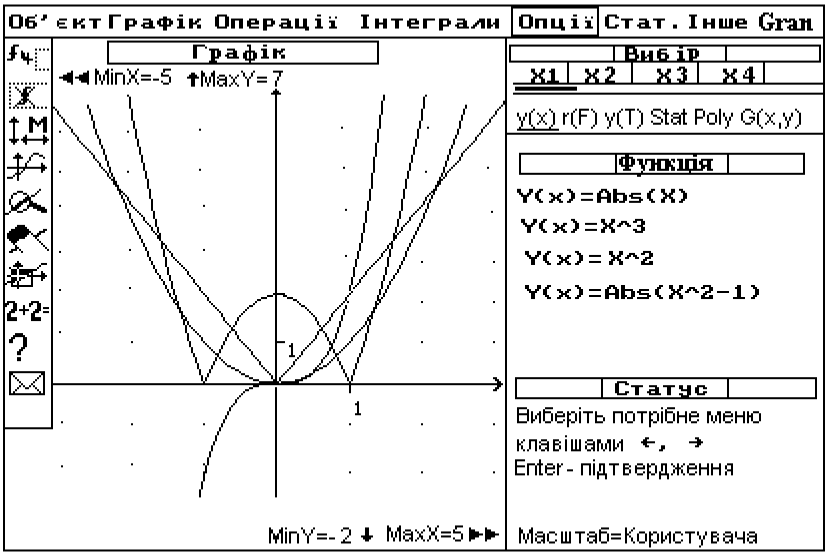

рис.1

Подання нового матеріалу. Вчитель разом з учнями будує параболу, акцентує увагу учнів на аналізі поведінки даної кривої, наприклад, на проміжку [0.5; 1.5]. За допомогою послуг програми *GRAN1* учні починають збільшувати масштаб зображення спочатку в 10 разів, потім у 100, і проводять порівняльний аналіз поведінки графіка на заданому проміжку.

Частина тієї самої параболи при різних одиницях масштабу виглядає по-різному: на першому графіку вона виглядає кривою, на другому – кривизна менш по-

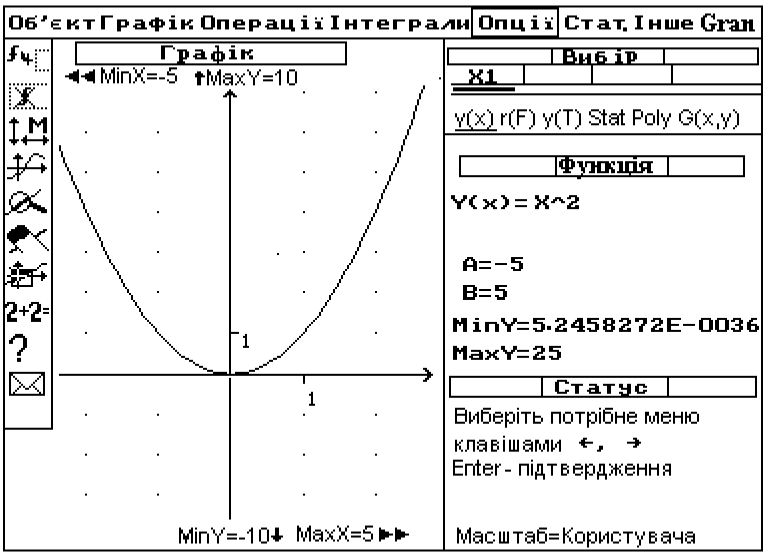

рис.2

мітна, а на третьому – крива майже не відрізняється від відрізка прямої (рис.2, 3, 4).

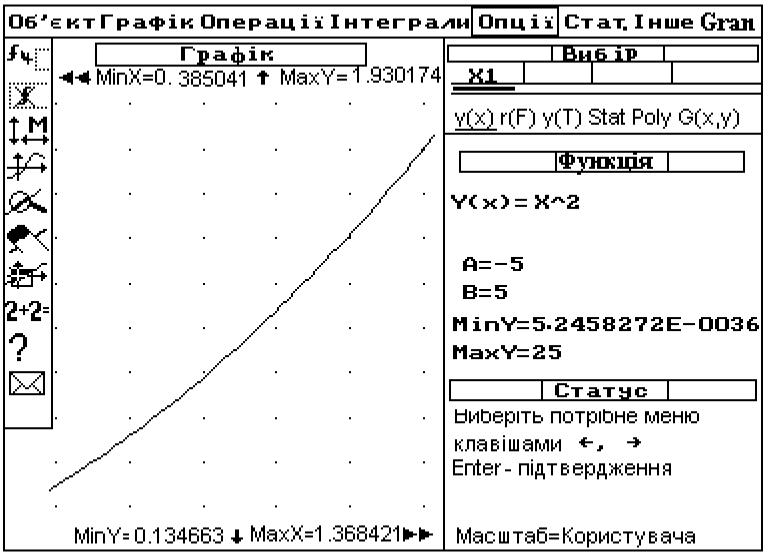

рис.3

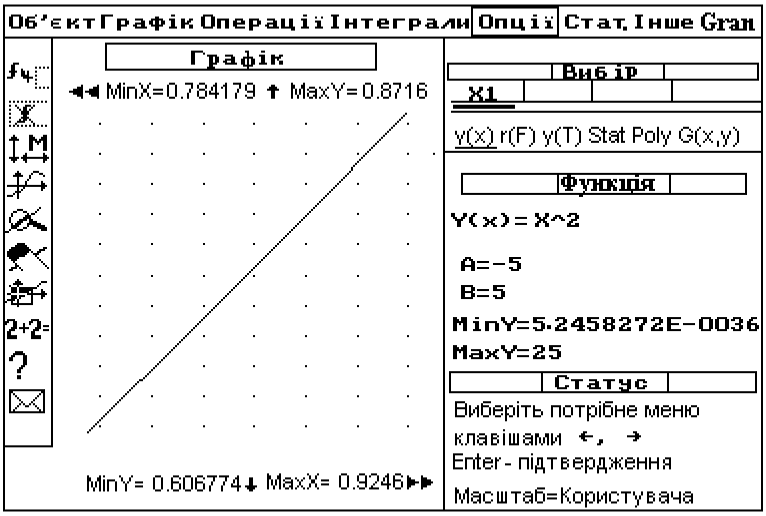

рис.4

Висновок: гладка крива наближається до відрізка прямої при зменшенні околу фіксованої точці x_0. Інакше поводить себе графік функції $y=|x|$: не має такої прямої, яка близька до графіка цієї функції в околі точки x_0.

Тоді виникає задача про визначення точного положення прямої, до якої прямує гладка крива. Для точнішого пояснення, що собою являє дотична, можна скористатися граничним переходом. За допомогою програми *GRAN1* будуємо в звичайному масштабі параболу та пряму, яка є січною до параболи. Почнемо наближати одну точку до іншої, положення січної буде змінюватися, але з наближенням однієї точки до іншої, положення січної стабілізується. Граничне положення січної при наближенні однієї точки до другої і буде дотичною до параболи у даній точці.

Алгоритм виконання завдання:

1. За допомогою послуг програми *GRAN1 Об'єкт\Нова функція* та *Графік\Побудувати* вводимо функцію $y=x^2$ і будуємо графік функції.
2. Після побудови параболи, слід зафіксувати одну точку, наприклад, $x_0=2$. Для цього треба скористатись послугою *Операції/Дотична* і ввести координату точки x_0.
3. Надаємо аргументу x_0 приросту $\Delta x=1.5$ (за допомогою послуги *Приріст аргументу)*. Цим самим здійснимо перехід від точки з координатою x_0 до точки з координатою $x_0+\Delta x$. Знайдемо приріст ординати Δy при переході від точки x_0 до $x_0+\Delta x$ та величину $\Delta y/\Delta x$ (ці значення висвічуються на екрані автоматично).
4. На екрані побудовані січна та перпендикуляри до координатних осей. За допомогою переміщення вказівки курсору з'єднуємо точки на перпендикулярах так, щоб отримати прямокутний трикутник, аналізуючи котрий, учні роблять висновок, що $tg\alpha = \frac{\Delta y(x_0)}{\Delta x}$, де α – кут між січною та віссю Ox (рис.5).

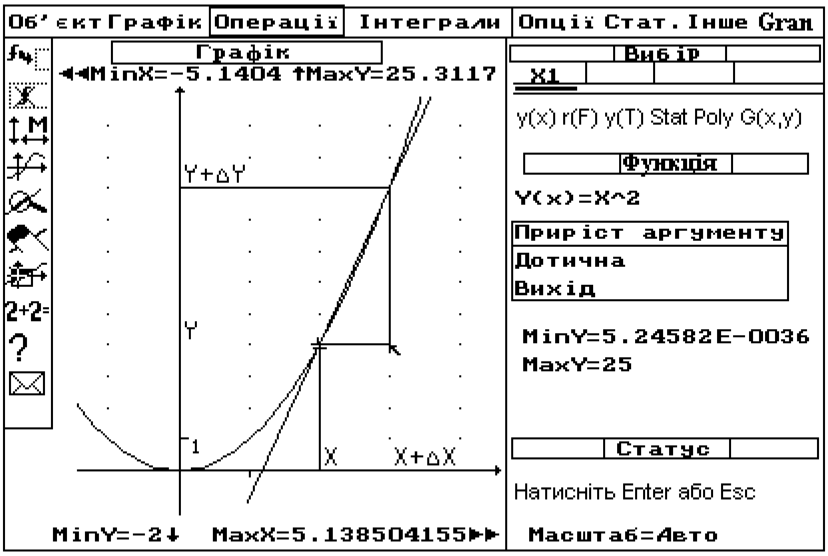

рис.5

5. Щоб знайти $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y(x_0)}{\Delta x}$, слід спрямувати Δx до нуля, тобто потрібно точку з координатою $x_0+\Delta x$ переміщувати до точки з координатою x_0.
6. За допомогою послуги *Приріст аргументу* введемо кілька значень Δx у певній послідовності: $\Delta x=1.5$; $\Delta x=1$; $\Delta x=0.5$; $\Delta x=0.2$; $\Delta x=0.05$. Кожен раз звертаємо

увагу учнів на положення січної та на значення Δy, $\Delta y/\Delta x$.

7. На останньому етапі будуємо дотичну до графіка функції у точці $x_0=2$ – це і буде граничне положення січної (рис.6).

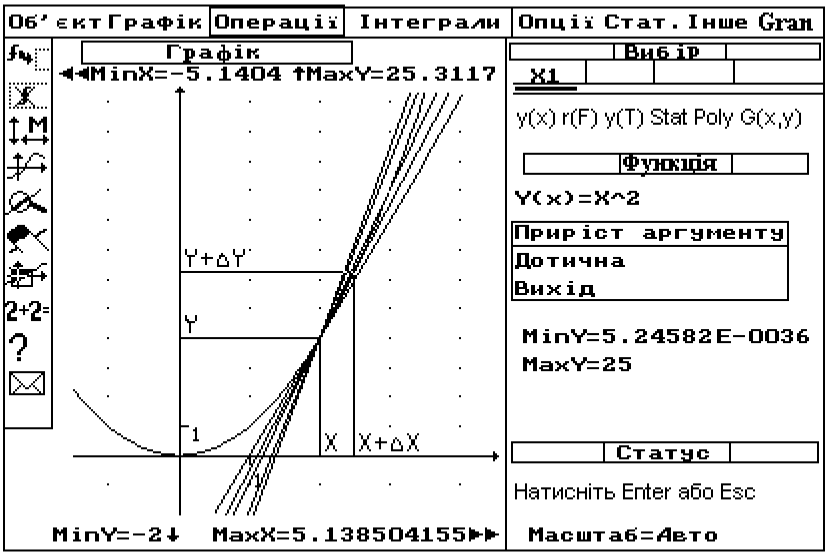

рис.6

Примітка: на екрані всі січні зображені одним кольором, а дотична – іншим кольором, завдяки чому підвищується наочність зображення.

Залишимо на екрані тільки графіки параболи та дотичної (вилучивши інші) і збільшимо масштаб, який було прийнято раніше. При подальшому збільшенні частини параболи та дотичної майже зіллються (рис.7, 8, 9).

Цим самим підтверджується висновок:

Пряму, з якою майже зіллється графік функції $y=f(x)$ у околі деякої точки x_0, називають дотичною до графіка функції $y=f(x)$ у точці $(x_0\,;\,f(x_0))$. Кутовий коефіцієнт цієї дотичної називають похідною функції $f(x)$ у точці x_0.

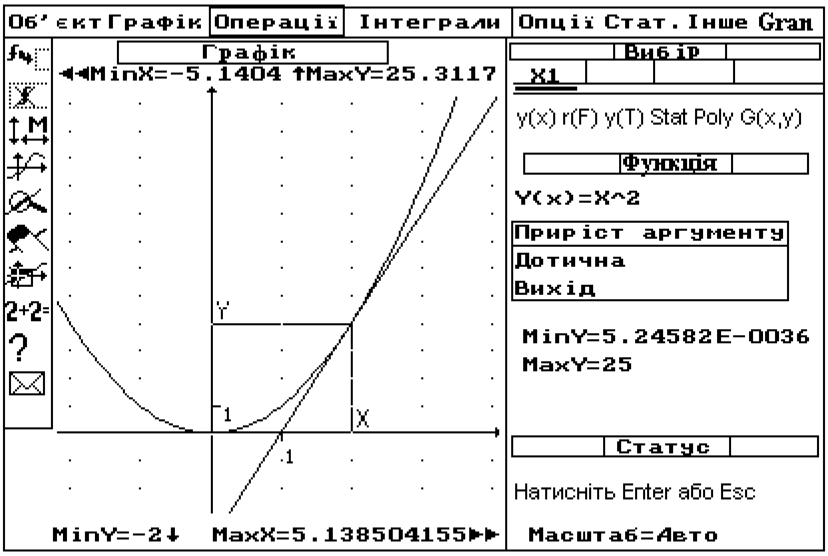

рис.7

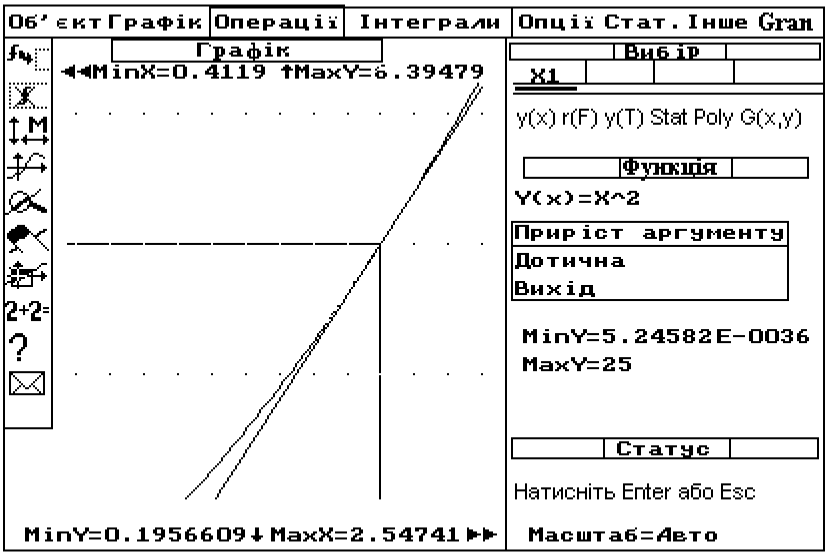

рис.8

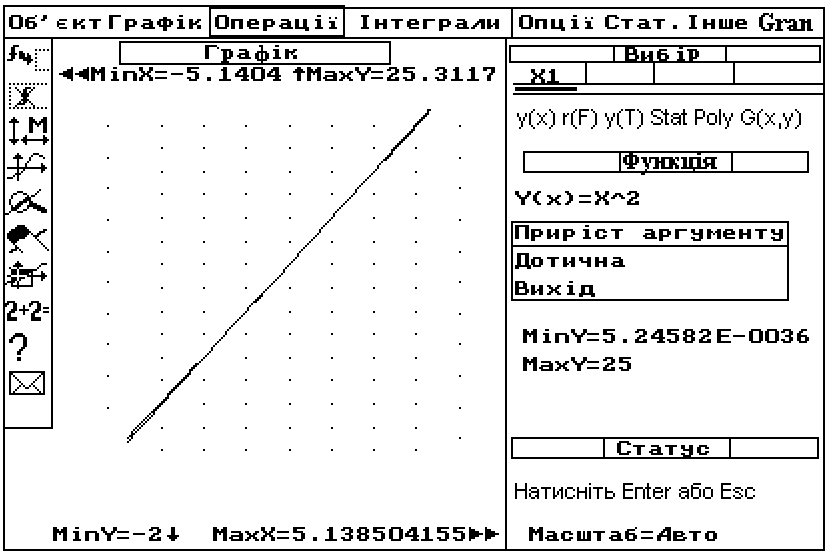

рис.9

Далі задача вчителя подати описану вище побудову мовою формул.

Тема: Ознаки зростання та спадання функції.

Враховуючи реальні можливості шкільної програми, доцільніше ознаки монотонності ввести, скориставшись лише їх геометричною ілюстрацією. Основну увагу слід звернути на різні способи розв'язування вправ, де використовується сформульована без доведення достатня ознака монотонності.

Геометричну ілюстрацію ознак монотонності зручно провести на прикладах знайомих учням графіків функцій $y=x^2$, $y=x^3$.

Раніше учні знаходили проміжки монотонності для цих функцій не користуючись похідною. Скориставшись послугами програми *GRAN1*, будуємо графіки цих двох функцій і дотичні до графіків функцій у точках: $x=1$, $x=2$, $x=-1$,

x=-*2* (рис.10, 11, 12, 13). Аналізуємо кути, які утворилися при побудові дотичних, та знаки похідних.

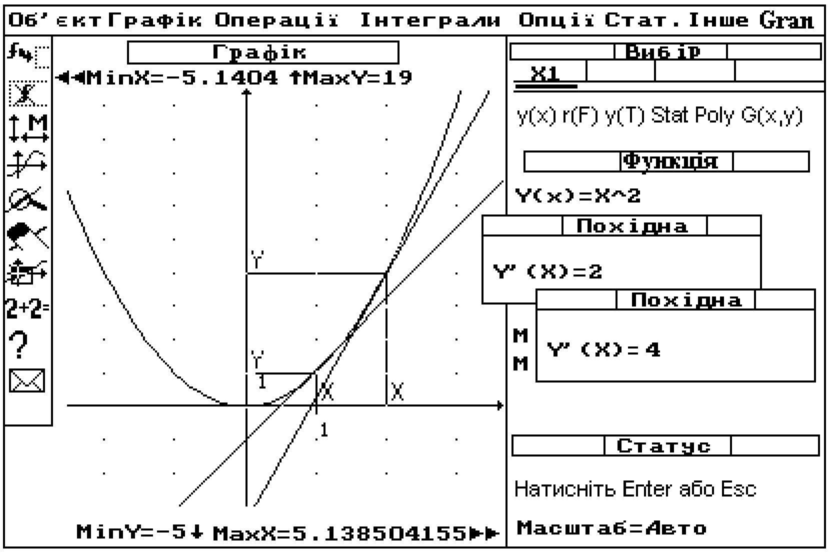

рис.10

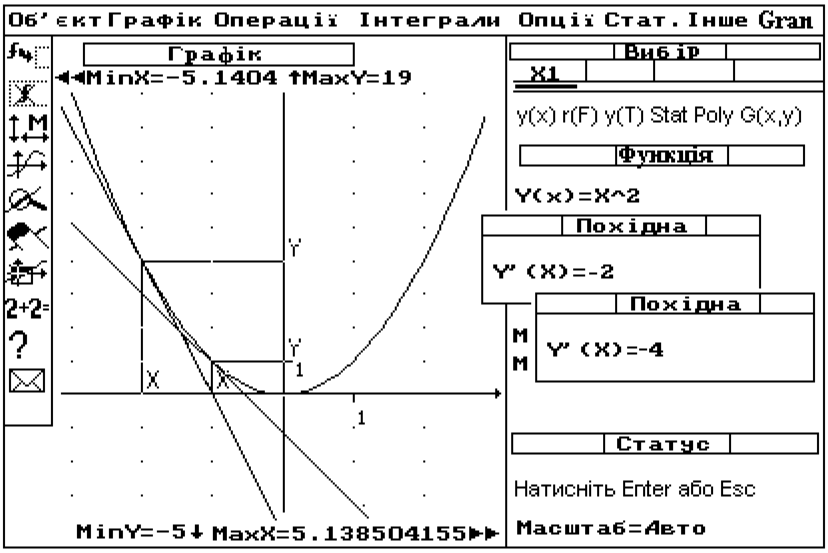

рис.11

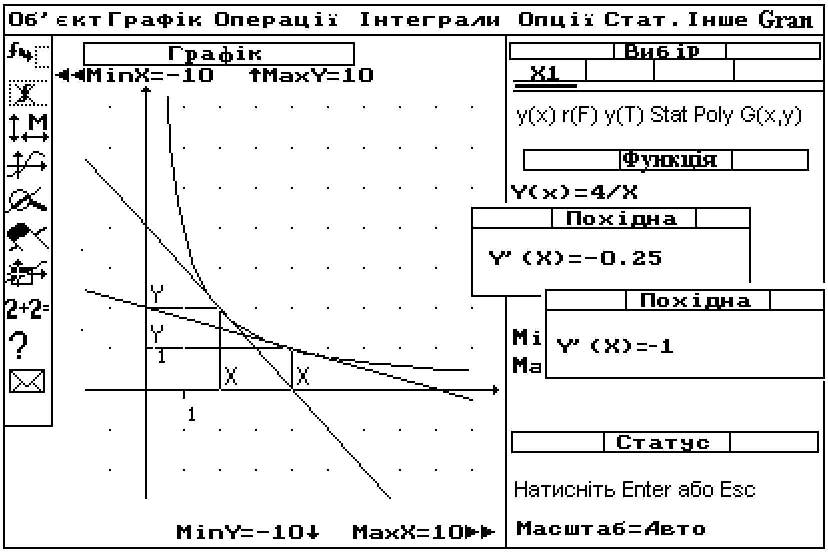
Об'єкт Графік Операції Інтеграли Опції Стат. Інше Gran
Графік
MinX=-10 MaxY=10
Вибір
X1
y(x) r(F) y(T) Stat Poly G(x,y)
Функція
Y(x)=4/X
Похідна
Y'(X)=-0.25
Похідна
Y'(X)=-1
Статус
Натисніть Enter або Esc
MinY=-10 MaxX=10
Масштаб=Авто

рис.12

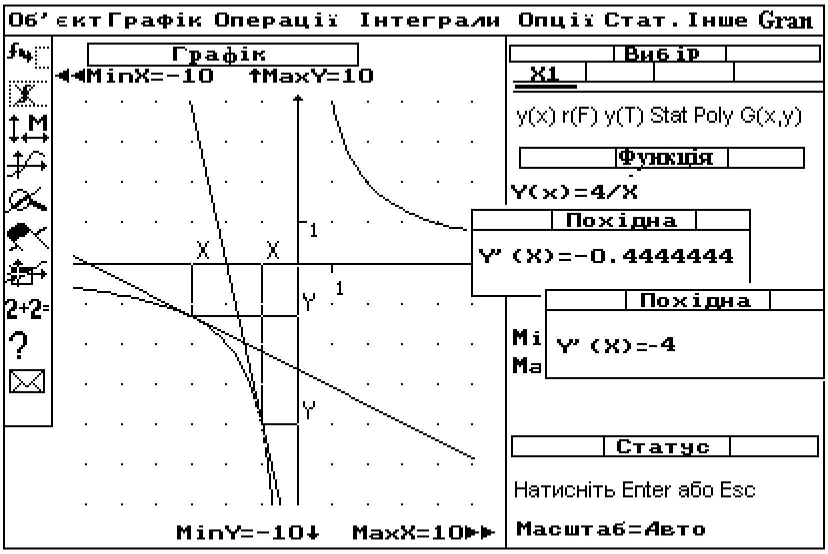
Об'єкт Графік Операції Інтеграли Опції Стат. Інше Gran
Графік
MinX=-10 MaxY=10
Вибір
X1
y(x) r(F) y(T) Stat Poly G(x,y)
Функція
Y(x)=4/X
Похідна
Y'(X)=-0.4444444
Похідна
Y'(X)=-4
Статус
Натисніть Enter або Esc
MinY=-10 MaxX=10
Масштаб=Авто

рис.13

Висновки: Розглянемо графік функції $y=x^2$. На проміжку (0; +∞[, де функція зростає, дотична до графіка в будь-якій точці утворює гострий кут з додатним напрямом осі *OX*. Це означає, що похідна даної функції у цих точках додатна. На проміжку]-∞; 0), де функція спадає, дотична до графіка в будь-якій точці утворює тупий кут з додатним напрямом осі *OX*. Це означає, що похідна даної функції у цих точках від'ємна. Розглянемо графік функції $y=x^3$. На проміжку]-∞;+∞[, де функція зростає, дотична до графіка в будь-якій точці утворює гострий кут з додатним напрямом осі *OX*. Це означає, що похідна даної функції у цих точках (окрім точки $x=0$) додатна, тобто функція $y=x^3$ зростає у всій області її визначення. Тільки у точці $x=0$ похідна дорівнює нулю.

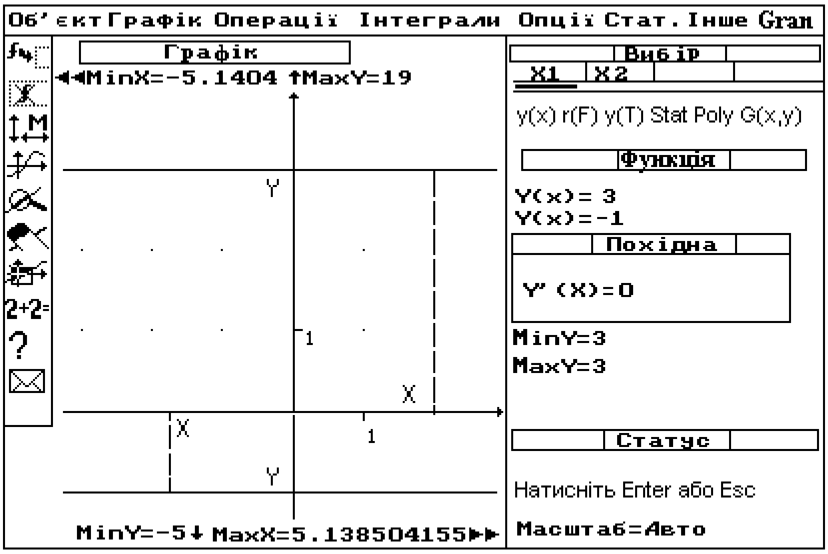

рис.14

Далі звертається увага, що коли функція має похідну, яка дорівнює нулю в кожній точці деякого проміжку, то ця функція стала на цьому проміжку. Це зауваження треба проілюструвати графічно. За допомогою програми GRAN1 будуємо графіки функцій $y=3$ та $y=-1$ і знаходимо для них похідні у точках $x=2$; $x=-2$. Учні переконуються, що похідні для функцій, які є сталими, дорівнюють нулю (рис.14)

Тема: Найбільше і найменше значення функції на відрізку.

Набуття навичок і умінь визначення найбільшого і найменшого значення функції на відрізку має велике значення для розв'язування великої кількості задач практичного змісту. Такі задачі виникають там, де треба з'ясувати, як отримати потрібний результат з найменшою витратою засобів, матеріалу, часу. Вміння розв'язувати такі задачі набуває значення у зв'язку з проблемою підвищення ефективності та якості у багатьох сферах діяльності людини. Достатньо універсальний метод розв'язування таких задач засновано на використанні похідної, але з приходом сучасних комп'ютерних програм можна учням запропонувати новий нетрадиційний спосіб (без похідної функції) знаходження, як максимуму і мінімуму функції, так і визначення найбільшого і найменшого значення функції на відрізку.

Використання комп'ютерних програм при розв'язуванні подібних задач є графічним методом, який демонструє всі переваги застосування нових інформаційних технологій у навчанні і знайомить учнів з одним із сучасних методів дослідження проблем. Учні, які цікавляться математикою або будуть продовжувати навчання по цьому напрямку, повинні чітко уяснити і придбати навички використання схеми визначення найбільшого і найменшого значення функції на відрізку за допомогою похідної. Інші учні при розв'язуванні подібних задач можуть використовувати графічний метод без застосування похідної. Цей метод не тільки економить час, але й дає змогу слабкішим учням розв'язувати раніш непосильні для них завдання. Розглянемо приклад розв'язування задачі по цій темі.

Задача1. Знайти найбільше і найменше значення функції *f(x)=x+1/x* на проміжку [-2;1/3]

Алгоритм розв'язування задачі.

1. За допомогою послуг *Об'єкт\Нова функція* та *Графік\Побудувати* програми *GRAN1* будуємо графік функції *f(x)=x+1/x.*
2. За замовчуванням, після побудови графіка функції, автоматично на екрані висвітлюється MinY, MaxY, тобто найбільше і найменше значення функції на проміжку *[-5,5]*.
3. Змінюємо значення відрізка, на якому слід знайти найбільше і найменше значення функції, за допомогою послуги *Об'єкт\Змінити відрізок.* Встановлюємо А=*-2, В=-1/3* (змінити відрізок можна відразу під час вводу функції).
4. Тепер значення MinY=-3.33333333 дає нам найменше значення функції *f(x)=x+1/x* на відрізку *[-2; -1/3],* а MaxY=-2 - найбільше значення даної функції на відрізку *[-2; -1/3]*. Задача розв'язана (рис.15).

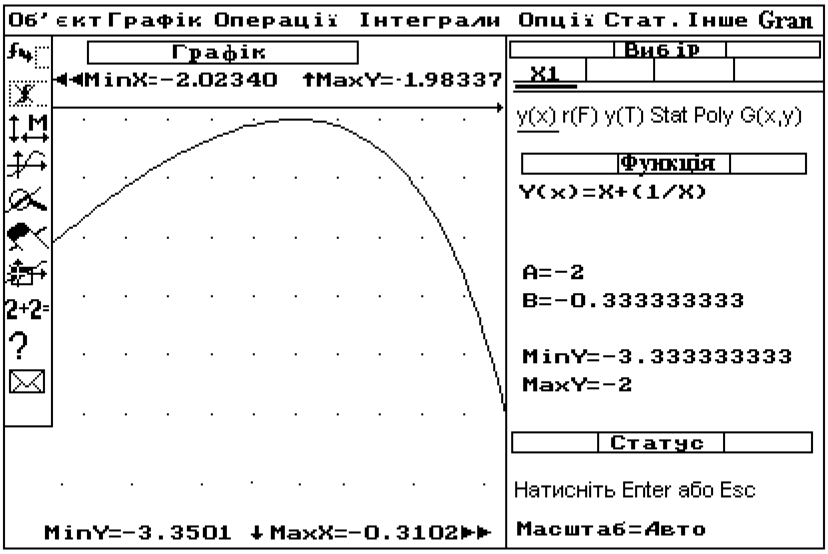

рис.15

Диференціальний підхід доцільно застосовувати на певних етапах уроку. Під час введення нового поняття вчитель працює з усім класом. При закріпленні матеріалу учні можуть перейти до диференційної самостійної роботи. Особливість такої роботи з використанням комп'ютера полягає у тому, що групи учнів отримують не тільки різні завдання, як при традиційному навчанні, але й можуть використовувати різні методи розв'язування задач.

Використання НІТ дозволяє отримати одночасний зріз знань учнів за даною темою, забезпечити індивідуальний підхід в навчанні, врахувати психологічні особливості і наявний рівень знань школярів, підвищити наочність навчання і забезпечити справжній інтерес до явищ, що вивчаються.

Література

1. *Авраменко М.І. Уроки алгебри і початків аналізу в 9 класі. К.:Рад.школа, 1983.-192с.*
2. *Алгебра и начала анализа: Учеб. пособие для 9-10 кл. сред.шк./А.И.Колмогоров, А.М.Абрамов, Б.Е.Вейц и др.; Под ред. А.И.Колмогорова.- 8-е изд.-М.:Просвещение, 1995.-335с.:ил.*
3. *Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. сред.шк.- 2-е изд.- М.:Просвещение, 1992.-351с.: ил.*
4. *Виленкин И.Я., Шварцбурд С.И. Математический анализ: Учеб. пособие для IX-X классов сред.школ с мат. специализацией. М.: Просвещение, 1969.- 576с.*
5. *Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів -К.: Техніка, 1997.- 304с.: ил.*
6. *Осинская В.Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике: Кн. для учителя.-К.: Рад.шк., 1989.-192с.*
7. *Планирование обязательных результатов обучения математике /Л.О.Денищева, Л.В.Кузнецова, И.Я.Лурье и др.; Сост.В.В.Фирсов.-М.:Просвещение, 1989.-237с.: ил.- (Б-ка учителя математики).*

Зайцева Тетяна Василівна,

старший викладач кафедри інформаційних технологій Херсонського педагогічного університету.

Адреса: м.Херсон, вул.Червонопрапорна, 119.

дом. телефон 23-89-90

роб.телефон: 51-05-66, 24-23-50