Кравченко

Використання комп'ютера при розв'язуванні задач з параметрами в курсі алгебри і початках аналізу

Як відомо, в програмах з математики для загальноосвітніх шкіл задачам з параметрами відводиться незначне місце. Такі задачі вкраплені в різні теми шкільного курсу математики і, як правило окремою темою не вивчаються. Відносна складність задач з параметрами з одного боку і недостатній рівень підготовленості учнів – з другого, не дозволяють більшості вчителів відводити достатньо часу на уроках для оволодіння необхідними навичками розв'язування задач з параметрами. Застосування ж на уроках алгебри та початках аналізу педагогічних програмних засобів (ППЗ) дозволяє інтенсифікувати процес навчання, організовувати вивчення матеріалу нетрадиційним, більш ефективним способом, що допоможе в вирішенні виниклого протиріччя. Практика показує, що доцільним є використання саме ППЗ GRAN1, який призначений для графічного аналізу функцій. Застосування цієї програми на уроках математики в класах з поглибленим вивченням математики при розв'язуванні задач з параметрами на наш погляд має супроводжувальний характер різноманітних аналітичних методів розв'язування вище згаданих задач у вигляді графічних інтерпретацій, і є засобом як перевірки так і унаочнення отриманих розв'язків. Хоча подекуди графічний спосіб є чи не єдиним способом відшукання розв'язків або значно легшим ніж аналітичний. В звичайних класах та класах з гуманітарними напрямками використання GRAN1 "дає можливість учневі розв'язувати окремі задачі, не знаючи відповідного аналітичного апарату, методів і формул, правил перетворення виразів. Разом з тим, завдяки можливостям графічного супроводу комп'ютерного розв'язання задачі, учень чітко і легко розв'язуватиме досить складні задачі, впевнено володітиме системою понять і правил... При цьому на передній план виступає з'ясування проблеми, постановка задачі, розробка відповідної моделі, матеріальна інтерпретація отриманих за допомогою комп'ютера розв'язків" [3].

Ефективним, зокрема, є використання програми GRAN1 в тих задачах, де параметр можна розглядати як "рівноправну" змінну, тобто якщо присутній один параметр (наприклад $\boldsymbol{a}$) та одна змінна (наприклад $\boldsymbol{x}$). В такому випадку пропонуємо таку схему розв'язування задач з параметром:

1. Позначити параметр $\boldsymbol{a}$ через $\boldsymbol{y}$ та подати аналітичний вираз у неявному вигляді. Скориставшись послугою "*Новий об'єкт*" і вибравши тип функціональної залежності "*тип G(x,y)=0*" ввести до розгляду потрібний вираз, побудувати графік утвореної функції (послуга "*Графік*" – "*Побудувати*").

2. Побудувати серію графіків функцій виду $y = c$ (де с : const) для одержання висновків (щоб вдало вибрати значення константи ***c*** для проведення прямої $y = c$ доцільно скористатись опцією ”*Координати*”; при необхідності уточнення значення варто або змінити масштаб побудови графіка за допомогою опції *“Масштаб користувача”,* або збільшити частину координатної площини, обравши опцію *“Збільшити”*):

- пряма виду $y = c$ не перетинає графік функції *G(x,y)=0* – при вибраному значенні параметра ***a*** задача розв’язків немає;
- пряма перетинає графік функції *G(x,y)=0* – абсциси точок перетину є розв’язками задачі.

3. Записати відповідь.

Розглянемо більш докладно цей процес на прикладах.

Приклад 1. При яких значеннях ***a*** рівняння $\sqrt{8x-a}=2x$ має два корені?

1. Перепишемо рівняння, замінивши параметр ***a*** на змінну ***y***, у неявному вигляді.

$$\sqrt{8x-y}-2x=0$$

Як видно з рис. 1 – графік розглядуваної функції знаходиться в I і IV координатних чвертях. Використавши опцію “*Координати*” з’ясовуємо координати вершини кривої – (1;4).

2. Побудуємо серію графіків функцій виду y=c, а саме y = 6, y = 4, y = 2, y = -2. Пряма y = 6 не перетинає кривої, y = 4 – проходить через одну точку кривої – вершину, y = 2 перетинає обидві гілки кривої, y = -2 перетинає лише одну гілку кривої.

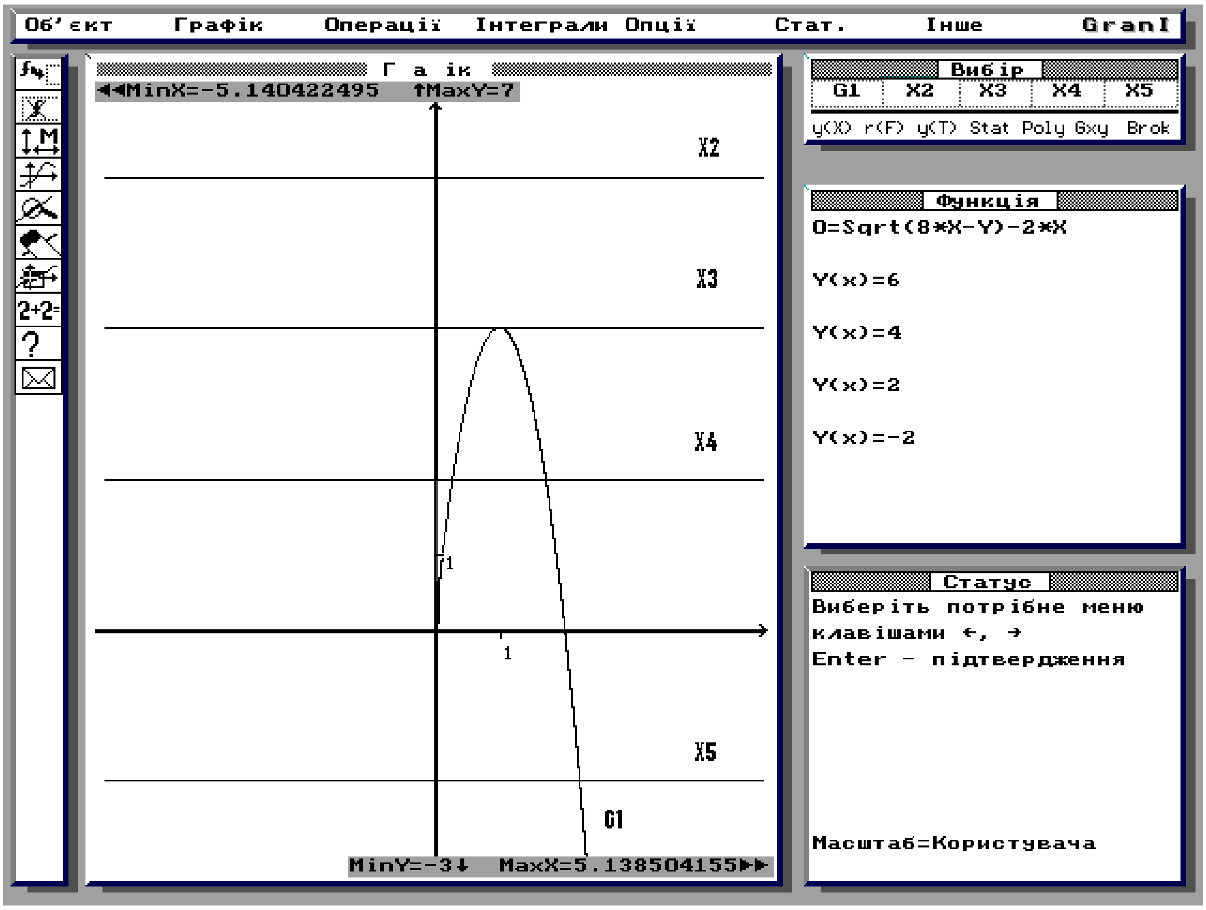

Рис.1

3. Проведені в п.2 дії дозволяють записати відповідь задачі. Рівняння має два корені якщо $\boldsymbol{a} \in [0;4)$.

Приклад 2. При яких значеннях параметра $\boldsymbol{a}$ рівняння $(a-0.5*x^2+x+3.5)(a-3+|x-2|)=0$ має рівно три корені?

.

1. Змінимо у заданому рівнянні $\boldsymbol{a}$ на $\boldsymbol{y}$ і введемо до розгляду функцію G(x;y) = $(a-0.5*x^2+x+3.5)(a-3+|x-2|)$ (рис 2). Побудуємо графік функції Умовно одержаний графік можна розбити на параболу та "кут". Очевидно, що три корені рівняння буде мати лише в тому випадку, коли пряма виду y = c буде проходити через вершину "кута" або через вершину параболи.

2. За допомогою пункту "*Координати*" визначаємо координати вершин кута і параболи відповідно – (2;3) і (1;-4). Пряма y = 3, що проходить через вершину кута перетинає і дві гілки параболи, а пряма y = -4, що проходить через вершину параболи, перетинає сторони кута.

3. При $\boldsymbol{a}$ = 3 і $\boldsymbol{a}$ = -4 рівняння має рівно три корені.

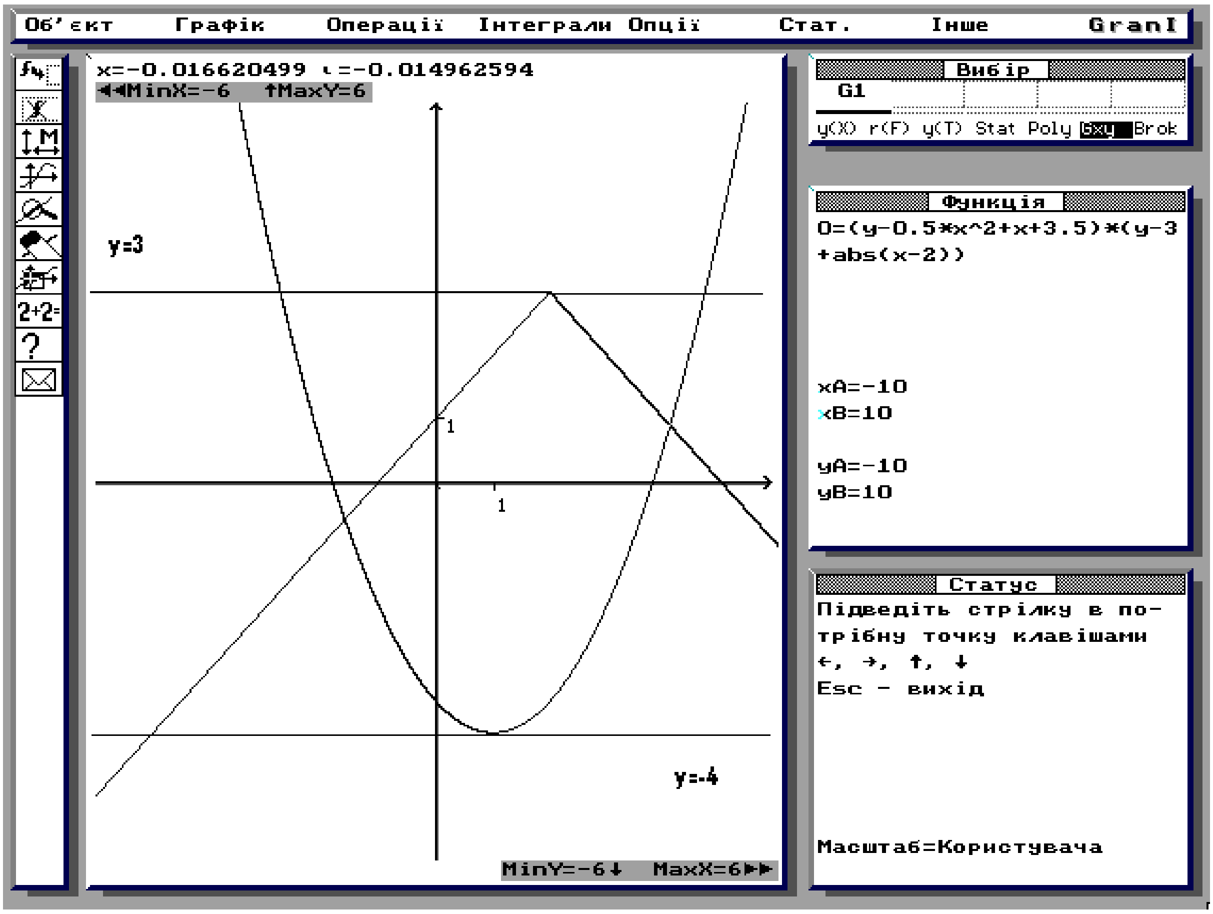

Рис.2

Приклад 3. Знайти всі значення **a,** при яких система.

$$\begin{cases} 2(1-a)-x^2-4x \ge 0; \\ a-\left|\dfrac{4}{x}\right| \ge 0. \end{cases}$$

має єдиний розв'язок

1. Замінимо параметр ***a*** на змінну ***y*** та побудуємо графіки функцій G1 та G2 :

$$G1(x,y) = 2(1-y)-x^2-4x\ ,$$

$$G2(x,y) = y-\left|\frac{4}{x}\right|.$$

Побудовані графіки функцій G1 (парабола) і G2 (гіперболи) подані на рисунку 3.

2. Для відшукання задачі всіх розв'язків заданої системи використаємо опцію "*Сист нерів. G(x,y)=0*". Легко помітити, що заштрихована область має з прямими, паралельними осі Ox, одну спільну точку лише в двох випадках. Для визначення ординати таких точок звернімося до опції "*Координати*". При ***a*** = 3 та ***a*** = 1 система має єдиний розв'язок.

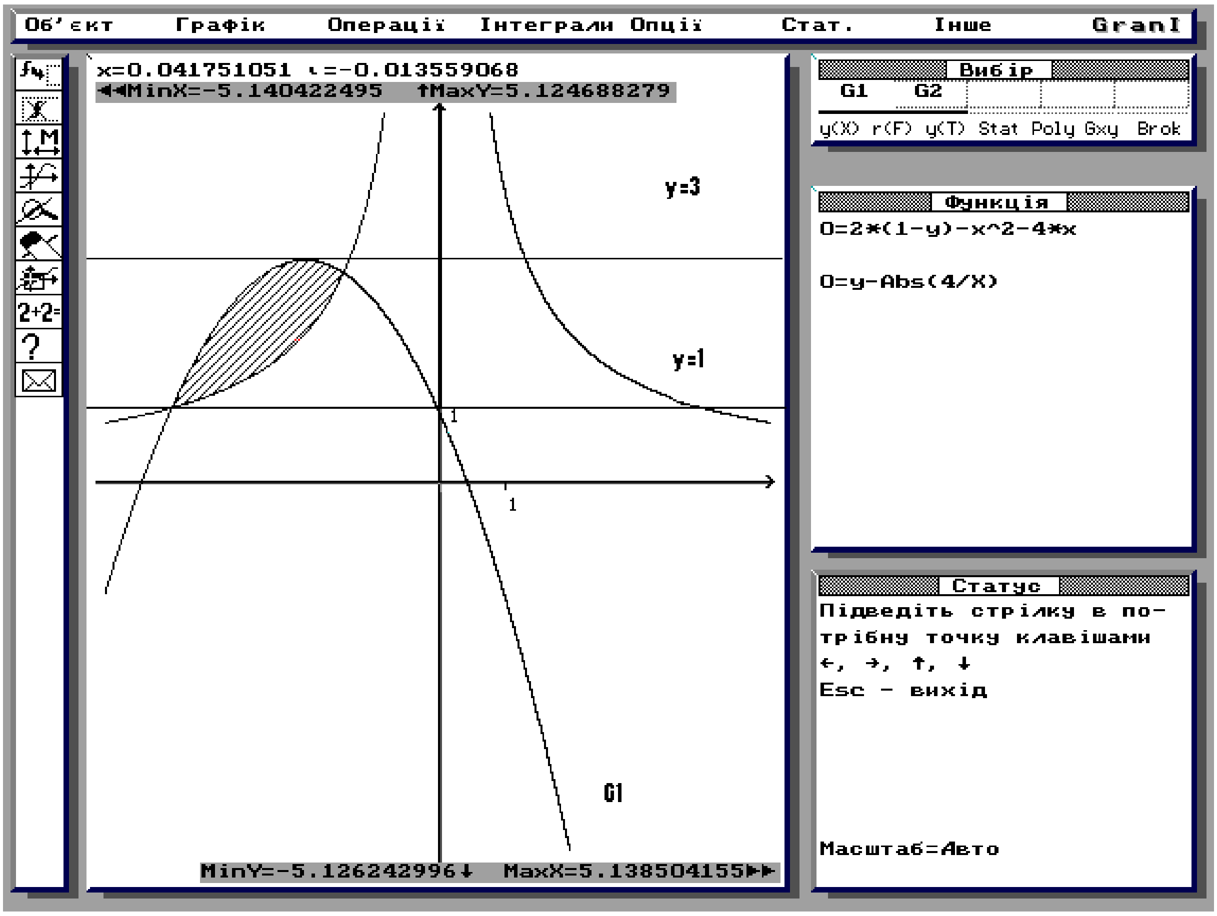

Рис. 3

Приклад 4. При яких значеннях параметра ***a*** рівняння

$$\sin\frac{2\pi}{x^2+2x+a}=0$$

має рівно шість коренів?

1. Замінимо у заданому рівнянні параметр ***a*** на ***y***:

$$\sin\frac{2\pi}{x^2+2x+y}=0.$$

Сконструйовану тригонометричну функцію побудуємо засобами GRAN1, вибравши неявний тип функціональної залежності *G(x,y)* (рис. 5).

2. Неважко помітити, що розв'язком даного рівняння будуть всі значення параметра ***a***, що пробігають множину ординат між вершиною третьої та четвертої дуги графіка. Опція *"Координати"* дозволяє з достатньою точністю одержати розв'язок задачі.

3. При ***a*** *є* (1.5 ; 1.68) рівняння має рівно шість коренів.

Наведені приклади дозволили проілюструвати елементи нетрадиційної методики навчання учнів розв'язанню задач з параметрами, що ґрунтується на використанні спеціальних педагогічних програмних засобів (зокрема ППЗ GRAN1).

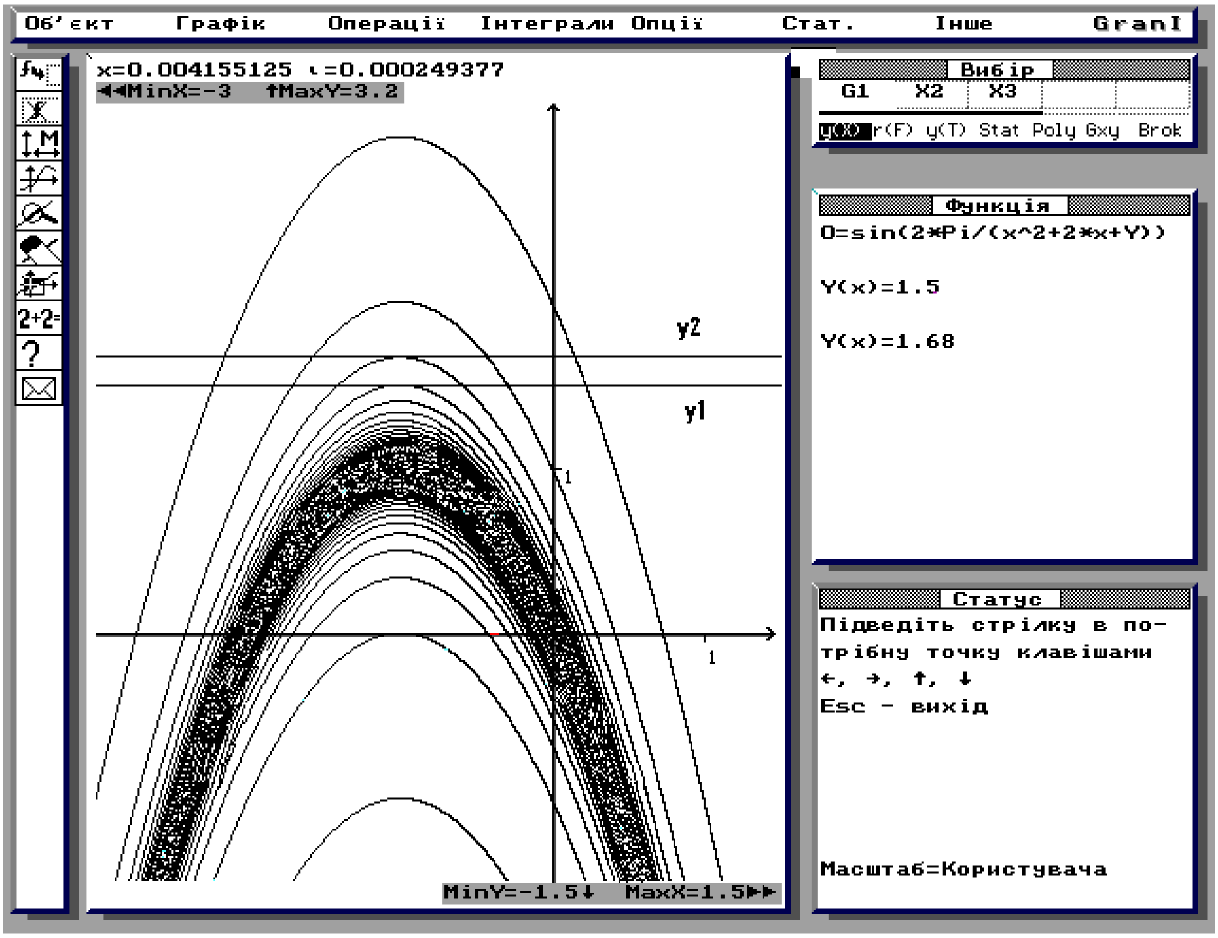

Рис. 5

Використана література.

Гайштут О.Г., Литвиненко Г.М. Розв'язання алгебраїчних задач. – К.: Рад. шк., 1991. – 224 с.

Горштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К.: РИА "Текст"; МП "ОКО", 1992. – 292 с.

Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів –К.: Техніка, 1997. – 303 с.

Програма з математики для загальноосвітніх шкіл.

Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс підготовки к екзамену. 4-е изд., испр. и доп. – М.: Рольф: Абрис-пресс, 1999. – 416 с.